

KRYTERIA OCENIANIA ODPOWIEDZI
PRÓBNA MATURA Z OPERONEM

Matematyka
Poziom podstawowy

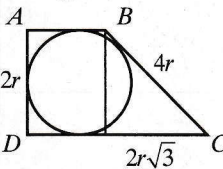
ZADANIA ZAMKNIĘTE

Za każdą poprawną odpowiedź zdający otrzymuje 1 punkt.

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
1.	B	$5^{-4} \cdot 5^4 = 5^0$
2.	C	Cena przed drugą obniżką: $\frac{320 \cdot 100\%}{80\%} = 400$, ceną przed dwiema obniżkami: $\frac{400 \cdot 100\%}{80\%} = 500$
3.	D	$\log_6 3^5 + \log_6 8 = \log_6 216 = 3$
4.	C	$1,5 + 2 = 3,5$ $91 : 3,5 = 26$ liczba śniadań przygotowanych przez szefa: $2 \cdot 26 = 52$
5.	C	$W = (7, 4)$, $x_1 = 5$, $x_2 = 9$ – postać kanoniczna funkcji kwadratowej: $y = a(x - 7)^2 + 4$ $a(5 - 7)^2 + 4 = 0$ $a = -1$. Stąd po przekształceniu otrzymujemy: $y = -x^2 + 14x - 45$
6.	A	$\frac{12}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$, $\frac{14}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2}$, $8\sqrt{2}$; trójkąty są podobne w skali $k = \sqrt{2}$
7.	D	$p = 2$, $q = 4$
8.	A	$3x - 6 \geq 0$ $x \geq 2$ – tylko 1 nie spełnia nierówności
9.	D	$\cos 150^\circ = -\cos 30^\circ$, $\frac{1}{-\cos 30^\circ} = -\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = -\frac{2\sqrt{3}}{3}$
10.	B	$-2x(x - 3) \geq 0$, pierwiastki: $x_1 = 0$, $x_2 = 3$, rozwiązanie: $x \in \langle 0, 3 \rangle$, liczby pierwsze należące do przedziału: 2 i 3
11.	D	$a = -\frac{\sqrt{3}}{3} = \operatorname{tg} \alpha$ $-\operatorname{tg} 30^\circ = \operatorname{tg}(180^\circ - 30^\circ) = \operatorname{tg} 150^\circ$
12.	B	$a_5 + 7r = a_{12}$, $57 + 7r = 113$, $r = 8$ $a_{15} = a_5 + 10r$, $a_{15} = 137$
13.	A	Wartość największa jest w wierzchołku: $p = \frac{-b}{2 \cdot (-2)} = 7$, stąd $b = 28$
14.	A	$f(x) = (1,5)^{-2x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{2x} = \left(\frac{4}{9}\right)^x$

Numer zadania	Poprawna odpowiedź	Wskazówki do rozwiązania zadania
15.	C	$\frac{\sqrt{3} \cdot (2\sqrt{3})^3}{3} = \frac{\sqrt{3} \cdot 8 \cdot 3\sqrt{3}}{3} = 24$
16.	B	z tw. Pitagorasa: $ AC = \sqrt{4^2 + 5^2} = \sqrt{41}$ $\sin \alpha = \frac{4\sqrt{41}}{41}$, $\cos \alpha = \frac{5\sqrt{41}}{41}$, stąd $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{9\sqrt{41}}{41}$
17.	D	Ciąg arytmetyczny o $a_1 = 4$, $a_n = 94$ oraz $r = 1$. Ze wzoru na n -ty wyraz ciągu mamy: $4 + (n-1) \cdot 1 = 94$, stąd $n = 91$ Suma ciągu arytmetycznego wynosi: $\frac{4+94}{2} \cdot 91 = 4459$
18.	D	$ AB = \sqrt{(1+2)^2 + (1-3)^2} = 5$; pole sześciokąta foremnego: $6 \cdot \frac{5^2\sqrt{3}}{4} = \frac{75\sqrt{3}}{2}$
19.	D	$2\log 4 - \log 1 = \log(4^2 : 1) = \log 16$
20.	B	$ \sqrt{13} - 5 = 5 - \sqrt{13}$ $5 - \sqrt{13}$ - spełnia; $\sqrt{13} - 5$ - nie spełnia; $ 5 - \sqrt{13} = 5 - \sqrt{13}$ - spełnia; $- 5 - \sqrt{13} = \sqrt{13} - 5$ - nie spełnia; Zatem są dwie równe liczby.
21.	C	$A = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$ $ A = 5$, $ \Omega = 6 \cdot 6 = 36$, $P(A) = \frac{5}{36}$
22.	C	$W(x) = (x^2 - 3x)(4x^3 - 2x^2) - (x^2 - 3x) = 4x^5 - 14x^4 + 6x^3 - x^2 + 3x$
23.	B	Proste są równoległe, gdy: $-2m = 5m - 4$, czyli dla $m = \frac{4}{7}$
24.	A	$(2 - 3\sqrt{3})^2 + (4 - \sqrt{2})(4 + \sqrt{2}) = 4 - 12\sqrt{3} + 27 + 16 - 2 = 45 - 12\sqrt{3}$
25.	C	Z własności rombu: krótsza przekątna dzieli romb na dwa trójkąty równoboczne, zatem długość krawędzi rombu jest równa 6, a obwód $L = 6 \cdot 4 = 24$
26.	B	Liczba osób: $5 + 4 + 6 + 1 + 9 + 7 = 32$. Mediana liczona ze średniej arytmetycznej oceny szesnastej i siedemnastej w ciągu uporządkowanym niemalejąco: $\frac{4+5}{2} = 4,5$
27.	B	Dopełnienie do kąta pełnego: $360^\circ - 2\alpha - 100^\circ = 260^\circ - 2\alpha$. Miara kąta przy podstawie w trójkącie równoramiennym: $\frac{180^\circ - 260^\circ + 2\alpha}{2} = \alpha - 40^\circ$. Z własności stycznej do okręgu: $\alpha - 40^\circ + \alpha = 90^\circ$, stąd $\alpha = 65^\circ$
28.	A	$\frac{13+4-1}{52} = \frac{4}{13}$

ZADANIA OTWARTE

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
29.	Postęp: Przekształcenie nierówności do postaci: $-2x^2 + 12x - 18 < 0$ i wyznaczenie pierwiastka: $x_0 = -3$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Rozwiązanie nierówności: $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3\}$	2
30.	Postęp: $\sin^2 13^\circ + \cos^2 13^\circ - \frac{\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ}{\cos 15^\circ} \cdot \cos 15^\circ$ $2 \cdot \sin 15^\circ$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Podanie rozwiązania równania: 1,5	2
31.	Postęp: Miejsca zerowe: $x_1 = -1, x_2 = 5$ Obliczenie współrzędnych wierzchołka: $p = \frac{-1+5}{2} = 2 \notin (3, 5)$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: $f(3) = \frac{1}{2}(3+1)(3-5) = -4$ oraz $f(5) = \frac{1}{2}(5+1)(5-5) = 0$ Zatem wartość najmniejsza to: -4	2
32.	Postęp:  Z tw. o czworokącie opisanym na okręgu mamy: $ AB + CD = AD + BC = 2r + 4r = 6r$	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Obliczenie pola trapezu: $P = \frac{6r \cdot 2r}{2} = 6r^2$	2
33.	Zauważenie dwóch rodzajów liczb lub nieuwzględnienie pojedynczego przypadku: Liczby złożone z cyfr 1, 2, 4: 124, 142, 214, 242, 412, 421 – 6 przypadków Liczby złożone z cyfr 1, 1, 8: 118, 181, 811 – 3 przypadki Liczba złożona z cyfr 2, 2, 2: 222 – 1 przypadek	1
	Rozwiązanie bezbłędne: Korzystając z reguły dodawania: $6 + 3 + 1 = 10$	2

Numer zadania	Modelowe etapy rozwiązywania zadania	Liczba punktów
34.	<p>Postęp: Ciąg geometryczny o wyrazach: $a_1, 15, a_1q^2$ Zapisanie układu równań: $\begin{cases} a_1q = 15 \\ a_1 + 15 + a_1q^2 = 93 \end{cases}$</p>	1
	<p>Doprowadzenie do równania kwadratowego z jedną niewiadomą: $15q^2 - 78q + 15 = 0$</p>	2
	<p>Obliczenie wartości ilorazu ciągu: $q_1 = 5$ lub $q_2 = 0,2$ Obliczenie pierwszego wyrazu: $\begin{cases} q = 5 \\ a_1 = 3 \end{cases}$ lub $\begin{cases} q = 0,2 \\ a_1 = 75 \end{cases}$</p>	3
	<p>Rozwiązanie bezbłędne: Wzór na n-ty wyraz ciągu: $a_n = 3 \cdot 5^{n-1}$ lub $a_n = 75 \cdot 0,2^{n-1}$</p>	4
35.	<p>Postęp: Obliczenie z tw. Pitagorasa długości $AB = 10$ cm</p>	1
	<p>Udowodnienie z cechy kąt-kąt podobieństwa trójkątów ABC i DBE</p>	2
	<p>Rozwiązanie bezbłędne: $\frac{10}{ EB } = \frac{6}{3}, \quad EB = 5$ cm</p>	3