Miejsce na identyfikację szkoły

ARKUSZ PRÓBNEJ MATURY Z OPERONEM MATEMATYKA

POZIOM PODSTAWOWY

Czas pracy: 170 minut

Instrukcja dla zdającego

1. Sprawdź, czy arkusz egzaminacyjny zawiera 15 stron (zadania 1.–34.). Ewentualny brak zgłoś przewodniczącemu zespołu nadzorującego egzamin.
2. Rozwiązania zadań i odpowiedzi zapisz w miejscu na to przeznaczonym.
3. W zadaniach zamkniętych (1.–25.) zaznacz jedną poprawną odpowiedź.
4. W rozwiązaniach zadań otwartych (26.–34.) przedstaw tok rozumowania prowadzący do ostatecznego wyniku.
5. Pisz czytelnie. Używaj długopisu/pióra tylko z czarnym tuszem/atramentem.
6. Nie używaj korektora, a błędne zapisy wyraźnie przekreśl.
7. Zapisy w brudnopisie nie będą oceniane.
8. Obok numeru każdego zadania podana jest maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania.
9. Możesz korzystać z zestawu wzorów matematycznych, cyrkla i linijki oraz kalkulatora prostego.

Życzymy powodzenia!

Za rozwiązanie wszystkich zadań można otrzymać łącznie **50 punktów**.

Wpisuję zdający przed rozpoczęciem pracy

PESEL ZDAJĄCEGO

KOD ZDAJĄCEGO

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1.–25. wybierz i zaznacz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0–1)

Liczbą odwrotną do liczby $\dfrac{\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-1}-5}{2^{-2}-\left(\dfrac{2}{3}\right)^{-2}}$ jest:

A. $\dfrac{2}{3}$ **B.** $-\dfrac{2}{3}$ **C.** $1\dfrac{1}{2}$ **D.** $-1\dfrac{1}{2}$

Zadanie 2. (0–1)

Przedział liczbowy $\langle 2,\ 7\rangle$ jest iloczynem zbioru $A=\langle m,\ \infty)$ i zbioru $B=(-3,\ 7\rangle$ dla m równego:

A. 7 **B.** 2 **C.** -3 **D.** -1

Zadanie 3. (0–1)

Liczba dodatnia a jest zapisana w postaci ułamka zwykłego. Licznik tego ułamka zwiększono o 20%, a jego mianownik zmniejszono o 20%. Otrzymano w ten sposób liczbę b, taką, że:

A. $b = a$ **B.** $b=\dfrac{2}{3}a$ **C.** $b=0{,}4a$ **D.** $b=1{,}5a$

Zadanie 4. (0–1)

W rozwinięciu dziesiętnym ułamka $\dfrac{5}{7}$ na setnym miejscu po przecinku stoi cyfra:

A. 7 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 5

Zadanie 5. (0–1)

Wartość wyrażenia $\left|8-4\sqrt{5}\right|-\left(3\sqrt{5}-8\right)$ jest równa:

A. $\sqrt{5}$ **B.** $7\sqrt{5}+16$ **C.** 16 **D.** $16-7\sqrt{5}$

Zadanie 6. (0–1)

Jeżeli $\log 5=a$ i $\log 3=b$, to $\log 15$ jest równy:

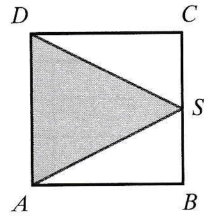
A. ab **B.** $\dfrac{a}{b}$ **C.** $a+b$ **D.** $a-b$

Zadanie 7. (0–1)

Stosunek pól dwóch trójkątów równobocznych wynosi $\dfrac{9}{16}$, a długość boku większego trójkąta jest równa 12 cm. Mniejszy trójkąt ma bok długości:

A. 6,75 cm **B.** $21\dfrac{1}{3}$ cm **C.** 16 cm **D.** 9 cm

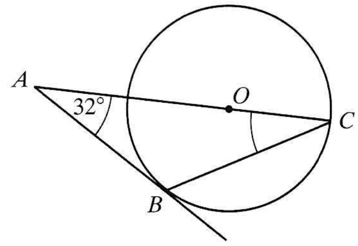
Zadanie 8. (0–1)



Punkt S jest środkiem boku kwadratu $ABCD$, a długość odcinka AS wynosi 5 cm. Obwód trójkąta ADS jest równy:

A. $\left(5+2\sqrt{5}\right)$ cm
B. $\left(10+2\sqrt{5}\right)$ cm
C. $\left(5+\sqrt{5}\right)$ cm
D. $\left(10+\sqrt{5}\right)$ cm

Zadanie 9. (0–1)



Prosta AB jest styczna w punkcie B do okręgu o środku O (patrz rysunek).
Miara kąta ACB jest równa:

A. 90°
B. 32°
C. 58°
D. 29°

Zadanie 10. (0–1)

Punkty $A=(1,\ 2)$ i $B=(-3,\ 5)$ są dwoma wierzchołkami kwadratu $ABCD$. Obwód tego kwadratu jest równy:

A. 5 **B.** 20 **C.** 25 **D.** $4\sqrt{13}$

Zadanie 11. (0–1)

Wartości ujemnych nie przyjmuje funkcja f określona wzorem:

A. $f(x)=-x^2+1$ **B.** $f(x)=x^2-1$ **C.** $f(x)=-x^2-1$ **D.** $f(x)=x^2+1$

Zadanie 12. (0–1)

Prosta będąca wykresem funkcji $f(x)=ax+b$ przechodzi tylko przez I, II i IV ćwiartkę układu współrzędnych. Wynika stąd, że:

A. $a>0$ i $b>0$ **B.** $a<0$ i $b>0$ **C.** $a>0$ i $b<0$ **D.** $a<0$ i $b<0$

Zadanie 13. (0–1)

Wspólnym pierwiastkiem równania $3x\left(x+\frac{2}{3}\right)(2x-5)=0$ oraz równania $\frac{2x-5}{3x+2}=0$ jest liczba:

A. $\frac{2}{3}$ **B.** $-\frac{2}{3}$ **C.** 2,5 **D.** $-2{,}5$

Zadanie 14. (0–1)

Jeżeli sinus kąta ostrego α wynosi $\frac{2\sqrt{3}}{5}$, to wartość tangensa kąta ostrego α jest równa:

A. $\frac{2\sqrt{39}}{13}$ **B.** $\frac{\sqrt{13}}{5}$ **C.** $\frac{\sqrt{39}}{6}$ **D.** $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

Zadanie 15. (0–1)

Trzecim wyrazem ciągu geometrycznego jest liczba 3, a szóstym jest liczba -24. Suma czterech początkowych wyrazów tego ciągu wynosi:

A. $11\frac{1}{4}$ **B.** $3\frac{3}{4}$ **C.** $-3\frac{3}{4}$ **D.** $-11\frac{1}{4}$

Zadanie 16. (0–1)

Jeśli nieskończony ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym, w którym $a_1 = 5$ i różnica $r = -3$, to:

A. $a_n = 2 - 3n$ **B.** $a_n = 8 - 3n$ **C.** $a_n = -8 - 3n$ **D.** $a_n = 3 + 3n$

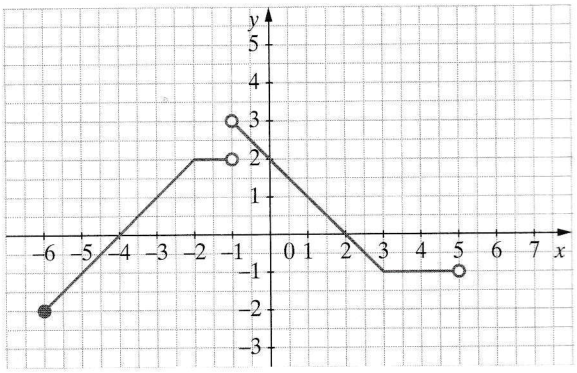
Zadanie 17. (0–1)

Największą liczbą naturalną, która nie spełnia nierówności $32^{10} - 2^{48} \cdot x + 8 \cdot 4^{23} \leq \left(64^4\right)^2$, jest liczba:

A. 2^{48} **B.** 6 **C.** 5 **D.** 4

Zadanie 18. (0–1)

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji *f*.



Dziedziną funkcji *f* jest:

A. $\langle -6, 5) \setminus \{-1\}$

B. $\langle -6, 5\rangle \setminus \{-1\}$

C. $(-6, -1) \cup (-1, 5)$

D. $\langle -6, 5)$

Zadanie 19. (0–1)

Proste o równaniach $y = (2m+1)x - 4$ i $y = (6-3m)x + 4$ są równoległe wtedy, gdy:

A. $m = -1$ **B.** $m = -3$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 3$

Zadanie 20. (0–1)

Funkcja kwadratowa, której miejscami zerowymi są liczby -2 i 4 oraz do której należy punkt o współrzędnych $(0, 8)$, jest określona wzorem:

A. $f(x) = -(x-2)(x+4)$

B. $f(x) = (x-2)(x+4)$

C. $f(x) = (x+2)(x-4)$

D. $f(x) = -(x+2)(x-4)$

Zadanie 21. (0–1)

W turnieju bilardowym, w którym zawodnicy grali każdy z każdym, rozegrano 28 partii. Liczba zawodników biorących udział w tym turnieju wynosi:

A. 6 **B.** 7 **C.** 8 **D.** 9

Zadanie 22. (0–1)

W trójkącie ABC o polu równym 10 cm^2 długość boku AB wynosi 5 cm, a kąt przy wierzchołku A ma miarę $45°$. Długość boku AC jest równa:

A. $2\sqrt{2}$ cm **B.** $4\sqrt{2}$ cm **C.** 4 cm **D.** 2 cm

Zadanie 23. (0–1)

Liczba wierzchołków pewnego ostrosłupa jest o 5 mniejsza od liczby krawędzi. Podstawą tego ostrosłupa jest:

A. siedmiokąt **B.** ośmiokąt **C.** pięciokąt **D.** sześciokąt

Zadanie 24. (0–1)

Przekątna przekroju osiowego walca ma długości 4 cm i jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $60°$. Obwód podstawy tego walca jest równy:

A. 4π cm **B.** $2\sqrt{3}\pi$ cm **C.** 2π cm **D.** π cm

Zadanie 25. (0–1)

Ze zbioru liczb 1, 8, 2, 8, 4, 8, 6 usunięto jedną liczbę w ten sposób, że mediana otrzymanego zbioru liczb zmniejszyła się o 1. Wynika stąd, że usunięto liczbę:

A. 1 **B.** 8 **C.** 2 **D.** 6

ZADANIA OTWARTE

Rozwiązania zadań 26.–34. należy zapisać w wyznaczonych miejscach pod treścią zadania.

Zadanie 26. (0–2)

Oblicz wartość parametru m, dla którego miejscem zerowym funkcji $f(x)=\frac{5-2m}{2}x+2$ jest liczba 4.

Odpowiedź: ....

Zadanie 27. (0–2)

Punkty $A=(2,\ 5)$, $B=(0,\ 7)$, $C=(-4,\ 5)$ są trzema kolejnymi wierzchołkami równoległoboku $ABCD$. Oblicz współrzędne wierzchołka D tego równoległoboku.

Odpowiedź: ....

Zadanie 28. (0–2)

Wartość wyrażenia $\frac{\text{tg}30^\circ \cdot \text{tg}60^\circ - 4\sin^2 60^\circ}{\cos^2 40^\circ + \cos^2 50^\circ}$ sprowadź do najprostszej postaci.

Odpowiedź: ....

Zadanie 29. (0–2)

Liczba naturalna a przy dzieleniu przez 7 daje resztę 2. Wykaż, że reszta z dzielenia liczby $2a^2$ przez 7 jest równa 1.

Zadanie 30. (0–2)

Ustal, czy w ciągu (a_n) o wyrazie ogólnym $a_n = n^2 - 3n - 10$ są wyrazy równe 0.

Odpowiedź: ....

Zadanie 31. (0–2)

Pole wycinka koła jest równe $\frac{3\pi}{5}$ cm^2, a kąt wycinka tego koła ma miarę 24°. Oblicz długość łuku tego wycinka koła.

Odpowiedź: ....

Zadanie 32. (0–4)

Grupa studentów zaplanowała wyjazd na narty. Postanowiono podzielić się po równo kosztem pobytu, który dla całej grupy wynosił 3840 zł. Okazało się jednak, że z wyjazdu zrezygnowały 4 osoby, więc każdy z uczestników musiał zapłacić o 160 zł więcej. Oblicz, ile osób wzięło udział w tym wyjeździe na narty i jaką kwotę każda z nich zapłaciła.

Odpowiedź: ....

Zadanie 33. (0–4)

W urnie są 3 kule czerwone i 5 niebieskich. Z urny losujemy dwa razy bez zwracania po jednej kuli. Oblicz prawdopodobieństwo wylosowania:

a) dwóch kul czerwonych,

b) dwóch kul różnych kolorów.

Odpowiedź: ....

Zadanie 34. (0–5)

Objętość prostopadłościanu jest równa 216, a długości trzech jego krawędzi poprowadzone z jednego wierzchołka są liczbami naturalnymi i tworzą niemalejący ciąg geometryczny, którego iloraz jest liczbą pierwszą. Oblicz wymiary tego prostopadłościanu oraz długość jego przekątnej.

Odpowiedź: ....