pewnym zbiorze, jeżeli
bioru z faktu, że $x_1 < x_2$,
).
$- x_2 < 0$.

$y_1 - y_2 < 0$, tzn. $y_1 < y_2$.
nąca w swej dziedzinie.

kierunkowy jest dodatni.

ny −2, więc wzór ma po-
faktu, że 6 jest miejscem

ostej $y = -2x + 7$ jest rów-

ącej wykresem funkcji f
owy prostej prostopadłej

niową, której wykres jest

na przedstawić wzorem:

ktu P za x i y, a następnie

5.3. Funkcja kwadratowa

5.3.1. Narysuj wykres funkcji $y = x^2 + 3x - 4$.

5.3.2. Naszkicuj wykres funkcji $y = 0{,}5(x - 3)^2 - 4{,}5$ i odczytaj z wykresu wartości argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne.

5.3.3. Napisz wzór funkcji kwadratowej $y = ax^2 + 6$, wiedząc, że do jej wykresu należy punkt:
a) $A = (-2, 26)$; b) $A = (2, -22)$; c) $A = (-1, 5)$; d) $A = (3, 33)$.

5.3.4. Napisz wzór funkcji kwadratowej $y = -3x^2 + bx$, wiedząc, że do jej wykresu należy punkt:
a) $A = (-2, -16)$; b) $A = (1, 1)$; c) $A = (2, -14)$; d) $A = (-3, -18)$.

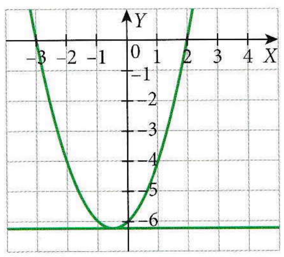
5.3.5. Dla jakich x wykres funkcji $y = x^2 - 5x + 8$ przecina prostą $y = 2$?

5.3.6. Mniejszą z dwóch liczb, które są miejscami zerowymi funkcji $f(x) = x^2 + 9x + 20$, jest liczba:
A. −4; B. 4; C. −5; D. 5.

5.3.7 Dana jest funkcja $f(x) = 2x^2 - 4x - 50$. Dla jakich x funkcja przyjmuje wartość −20?

5.3.8. Wyznacz wszystkie wartości x, dla których funkcja $f(x) = -2x^2 + 5x + 12$ przyjmuje wartości dodatnie.

5.3.9. Wykorzystaj wykres funkcji $y = (x - 2)(x + 3)$ do ustalenia zbioru wartości funkcji.



5.3.10. Narysuj wykres funkcji o wzorze $y = 0{,}5(x + 3)^2$.

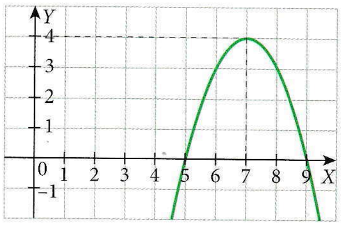
5.3.11. Wyznacz wzór funkcji $y = 3x^2 + bx$, aby do jej wykresu należał punkt $A = (1, -2)$.

5.3.12. Wyznacz wzór funkcji $y = ax^2 + bx$, aby do jej wykresu należały punkty $A = (-2, 42)$ i $B = (3, 12)$.

5.3.13. Wyznacz współczynnik c trójmianu $y = x^2 - 11x + c$, aby liczba 7 była miejscem zerowym tej funkcji.

5.3.14. Funkcja $y = ax^2 + bx + c$ przyjmuje wartości dodatnie tylko w przedziale $(-5, 3)$. Największą wartością funkcji w tym przedziale jest $y = 16$. Znajdź wzór tej funkcji.

5.3.15. Znajdź wzór funkcji kwadratowej, której wykres przedstawiono na rysunku.

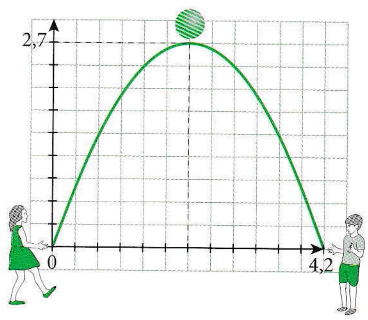


5.3.16. Dwuskładnikowy roztwór zawiera x% roztworu o stężeniu 16%. Pozostałą część stanowi roztwór o stężeniu $(x + 5)$%. Zapisz funkcję opisującą zależność stężenia s roztworu dwuskładnikowego od x.

5.3.17. Przedstaw pole prostokąta o obwodzie 68 jako funkcję długości jednego z boków prostokąta.

5.3.18. Z siatki o długości 60 m należy wykonać ogrodzenie dwóch rabat – prostokątnej, której długość jest dwa razy większa od szerokości, i kwadratowej. Zapisz funkcję przedstawiającą sumę pól kwadratu i prostokąta w zależności od długości boku kwadratu.

5.3.19. Hania z Tomkiem rzucali do siebie piłką. Piłka, lecąc, pokonywała drogę o kształcie paraboli. Znajdź funkcję opisującą tor piłki, jeśli odległość między Hanią a Tomkiem wynosiła 4,2 m, a maksymalna wysokość $h = 2{,}7$ m. (Hania i Tomek są tego samego wzrostu.)



5.3.20. Znajdź wzór funkcji kwadratowej, której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji $y = -21x^2 + 13x + 48$ względem osi OX.

5.3.21. Funkcja $y = a$
wzór tej funkcji, jeżeli

5.3.22. Wyznacz wspó
że przecina ona oś OY

5.3.23. Funkcja kwad
oś OY w punkcie $(0, 5)$

5.3.24. Znajdź wzór f
w przedziale $(6, 10)$ i d

5.3.25. Telewizja cyfr
na pewnym terenie i p
wykazały, że każdorazo
klientów decydujących
stawiającej miesięczny

5.3.26. Wyznacz wspó
ma on miejsca zerowe

5.3.27. Napisz wzór fu
czynnik $a = 5$ i miejsca

5.3.28. Na podstawie
wzór funkcji w postaci

5.3.29. Napisz wzór fu
i dla $x = 2$ funkcja osią

5.3.30. Aby otrzymać
$y = 5x^2$ przesunąć:
A. o 1 jednostkę w pra
C. o 1 jednostkę w pra

5.3.31. Dana jest funk
i napisz równanie jej o

5.3.21. Funkcja $y = ax^2 - 10x + c$ przyjmuje najmniejszą wartość dla $x = 4$. Jaki jest wzór tej funkcji, jeżeli ma ona tylko jedno miejsce zerowe?

5.3.22. Wyznacz współczynniki b i c funkcji kwadratowej $y = -x^2 + bx + c$, wiedząc, że przecina ona oś OY w punkcie $(0, -6)$ i maleje w przedziale $\langle 5, \infty)$.

5.3.23. Funkcja kwadratowa ma dwa miejsca zerowe -5 i 1. Jej wykres przecina oś OY w punkcie $(0, 5)$. Wyznacz wzór tej funkcji.

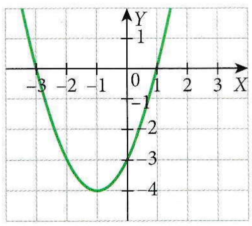
5.3.24. Znajdź wzór funkcji kwadratowej, która przyjmuje wartości dodatnie tylko w przedziale $(6, 10)$ i do wykresu której należy punkt $P = (4, -36)$.

5.3.25. Telewizja cyfrowa obsługuje w danej chwili 5000 gospodarstw domowych na pewnym terenie i pobiera opłatę w wysokości 95 zł miesięcznie. Badania rynku wykazały, że każdorazowa obniżka miesięcznej opłaty o 1 zł powoduje wzrost liczby klientów decydujących się na założenie telewizji o 75. Podaj wzór funkcji $P(x)$ przedstawiającej miesięczny przychód po obniżce miesięcznej opłaty o x zł.

5.3.26. Wyznacz współczynniki b i c trójmianu kwadratowego $f(x) = x^2 + bx + c$, jeśli ma on miejsca zerowe 4 i (-7).

5.3.27. Napisz wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej, jeśli znane są współczynnik $a = 5$ i miejsca zerowe $x_1 = -11$, $x_2 = 9$.

5.3.28. Na podstawie rysunku umieszczonego obok podaj wzór funkcji w postaci ogólnej.



5.3.29. Napisz wzór funkcji kwadratowej, jeśli do jej wykresu należy punkt $A = (3, -5)$ i dla $x = 2$ funkcja osiąga najmniejszą wartość $y = -6$.

5.3.30. Aby otrzymać wykres funkcji $y = 5(x + 1)^2 - 7$, należało wykres funkcji $y = 5x^2$ przesunąć:

A. o 1 jednostkę w prawo i 7 w górę;
B. o 1 jednostkę w lewo i 7 w dół;
C. o 1 jednostkę w prawo i 7 w dół;
D. o 1 jednostkę w lewo i 7 w górę.

5.3.31. Dana jest funkcja $y = 5(x + 12)^2 - 8$. Podaj współrzędne wierzchołka paraboli i napisz równanie jej osi symetrii.

5.3.32. Dana jest funkcja $f(x) = 3x^2 - 4c$. Wyznacz współczynnik c, aby wierzchołek funkcji należał do prostej $y = 5$.

5.3.33. Wyznacz najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x) = 5(x - 5)^2 - 7$ w przedziale $\langle 2, 8 \rangle$.

5.3.34. Znajdź największą i najmniejszą wartość funkcji $y = -0{,}5x^2 + 1{,}5x$ w przedziale $\langle -1, 1 \rangle$.

5.3.35. Znajdź największą i najmniejszą wartość funkcji $y = 0{,}5x^2 - 2x - 2$ w przedziale $\langle 1, 4 \rangle$.

5.3.36. Dla jakiej wartości m funkcja $y = 2x^2 + (m - 13)x + 10$ przyjmuje najmniejszą wartość równą -8?

5.3.37. Dla jakiej wartości m najmniejsza wartość funkcji $f(x) = x^2 + (3m + 8)x + 13$ jest większa od -3?

5.3.38. Funkcja $y = -x^2 + 4x - 1$ ma w przedziale $\langle 0, 1 \rangle$:

A. największą wartość równą 3;
B. najmniejszą wartość równą 3;
C. największą wartość równą 2;
D. najmniejszą wartość równą 2.

5.3.39. Sklep sportowy sprzedaje kijki do *nordic walking*. Na podstawie badań stwierdzono, że obniżka ceny o 4 zł powoduje wzrost sprzedaży średnio o 2 sztuki miesięcznie. Przed obniżką sprzedawano średnio 40 kompletów kijków miesięcznie po 150 zł. Wyraź przychód ze sprzedaży kompletów kijków po obniżkach, w zależności od liczby sprzedanych kompletów. Ustal optymalną cenę c i średnią liczbę sprzedanych miesięcznie kompletów kijków.

5.3.40. Koszt wypieczenia x bułek można wyrazić w postaci funkcji kwadratowej $K(x) = ax^2 + bx + 850$. Podaj wzór tej funkcji, korzystając z danych zawartych w tabeli.

liczba sztuk (x)	koszt ($K(x)$) w zł
1000	100
5000	250

5.3.41. W kinie bilety średnio tygodniowo kupowało 10 000 widzów, gdy cena biletu wynosiła 15 zł. Gdy cenę biletu obniżono do 12 zł, to liczba sprzedanych biletów wzrosła do 15 000. Po jakiej cenie należy sprzedawać bilety, aby zmaksymalizować zysk?
Przyjmij, że cena biletu $c(x)$ jest liniową funkcją liczby sprzedanych biletów, a przychód to iloczyn ceny przez liczbę sprzedanych biletów.

5.3.1. Wyznacz współ
rzędne punktów przec
współrzędnych. $\Delta = 2$
we: $x_1 = -4$, $x_2 = 1$.
$x_w = p = -1{,}5$, $y_w = q =$
współrzędne $(0, -4)$.
rzędnych i naszkicuj
przy wyrazie x^2 jest d
skierowane są ku górz

5.3.2. Funkcja jest zap
rej łatwo odczytasz
$W = (3, -4{,}5)$. Współ
raboli są skierowane w
paraboli jest ujemna (q
duje się poniżej osi OX
miejsca zerowe. Aby j
wzór funkcji do postac
Pamiętaj o kolejności d
czy wyłączyć czynnik,
iloczynowej $y = 0{,}5x(x$
kres i odczytaj z niego
ujemne.
Odpowiedź: $0 < x < 6$.

5.3.3. Podstaw do wzo
y – drugą.

a) $A = (-2, 26)$ b)
$26 = 4a + 6$
$a = 5$

5.3.4 Podstaw do wzoru
y – drugą.

a) $A = (-2, -16)$ b
$-16 = -3(-2)^2 - 2b$
$b = 2$

5.3.5. Rozwiąż równanie
przyjąć postać: $x^2 - 5x +$

nnik c, aby wierzchołek

$x) = 5(x-5)^2 - 7$ w prze-

$= -0,5x^2 + 1,5x$ w prze-

$= 0,5x^2 - 2x - 2$ w prze-

) przyjmuje najmniejszą

$x) = x^2 + (3m+8)x + 13$

rtość równą 3;
rtość równą 2.

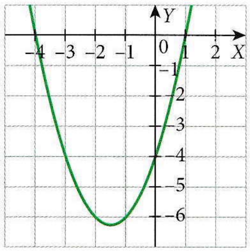
. Na podstawie badań
daży średnio o 2 sztuki
tów kijków miesięcznie
o obniżkach, w zależno-
c i średnią liczbę sprze-

funkcji kwadratowej
ych zawartych w tabeli.

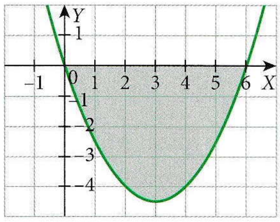
widzów, gdy cena bile-
ba sprzedanych biletów
aby zmaksymalizować

danych biletów, a przy-

Wskazówki. Rozwiązania. Odpowiedzi



5.3.1. Wyznacz współrzędne wierzchołka paraboli i współrzędne punktów przecięcia wykresu funkcji z osiami układu współrzędnych. $\Delta = 25$, więc funkcja ma dwa miejsca zerowe: $x_1 = -4$, $x_2 = 1$. Współrzędne wierzchołka paraboli to $x_w = p = -1,5$, $y_w = q = -6,25$. Punkt przecięcia z osią OY ma współrzędne $(0, -4)$. Zaznacz te punkty w układzie współrzędnych i naszkicuj parabolę. Pamiętaj, że współczynnik przy wyrazie x^2 jest dodatni ($a = 1$), więc ramiona paraboli skierowane są ku górze.



5.3.2. Funkcja jest zapisana w postaci kanonicznej, z której łatwo odczytasz współrzędne wierzchołka paraboli $W = (3, -4,5)$. Współczynnik $a = 0,5$, więc ramiona paraboli są skierowane w górę. Wartość rzędnej wierzchołka paraboli jest ujemna ($q = -4,5$), więc wierzchołek ten znajduje się poniżej osi OX. Oznacza to, że funkcja musi mieć miejsca zerowe. Aby je wyznaczyć, możesz przekształcić wzór funkcji do postaci ogólnej, wykonując zaznaczone działania. Pamiętaj o kolejności działań. $y = 0,5x^2 - 3x$. Aby wyznaczyć miejsca zerowe, wystarczy wyłączyć czynnik, np. $(0,5x)$, przed nawias. Otrzymasz wtedy funkcję w postaci iloczynowej $y = 0,5x(x-6)$, z której łatwo wyznaczysz $x_1 = 0$ i $x_2 = 6$. Sporządź wykres i odczytaj z niego wartości argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości ujemne.
Odpowiedź: $0 < x < 6$.

5.3.3. Podstaw do wzoru $y = ax^2 + 6$ za x pierwszą współrzędną punktu A, a za y – drugą.

a) $A = (-2, 26)$	b) $A = (2, -22)$	c) $A = (-1, 5)$	d) $A = (3, 33)$
$26 = 4a + 6$	$-22 = 4a + 6$	$5 = a + 6$	$33 = 9a + 6$
$a = 5$	$a = -7$	$a = -1$	$a = 3$

5.3.4 Podstaw do wzoru $y = -3x^2 + bx$ za x pierwszą współrzędną punktu A, a za y – drugą.

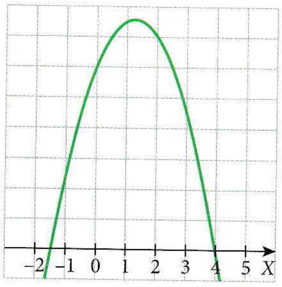
a) $A = (-2, -16)$	b) $A = (1, 1)$	c) $A = (2, -14)$	d) $A = (-3, -18)$
$-16 = -3(-2)^2 - 2b$	$1 = -3 + b$	$-14 = -3 \cdot 2^2 + 2b$	$-18 = -3(-3)^2 - 3b$
$b = 2$	$b = 4$	$b = -1$	$b = -3$

5.3.5. Rozwiąż równanie: $x^2 - 5x + 8 = 2$. Po uporządkowaniu równanie powinno przyjąć postać: $x^2 - 5x + 6 = 0$. $\Delta = 1$, $x_1 = 2$, $x_2 = 3$.

5.3.6. $\Delta = 1 > 0$, $x_1 = -4$ i $x_2 = -5$.
Odpowiedź: C.

5.3.7 Rozwiąż równanie $2x^2 - 4x - 50 = -20$. Przekształć je do postaci ogólnej równania kwadratowego $x^2 - 2x - 15 = 0$. $\Delta = 64 > 0$, $x_1 = -3$ i $x_2 = 5$.
Odpowiedź: Funkcja przyjmuje wartość 7 dla argumentów (-3) i 5.

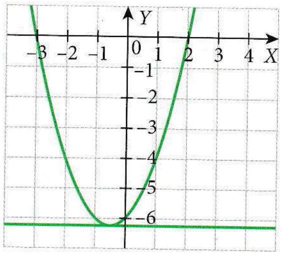
5.3.8. $\Delta = 121 > 0$, więc funkcja ma dwa miejsca zerowe $x_1 = -1{,}5$ i $x_2 = 4$.



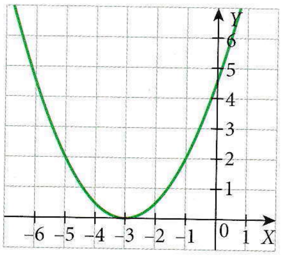
Znajdź najpierw miejsca zerowe funkcji kwadratowej.
Sporządź szkic wykresu funkcji i odczytaj, dla jakich x funkcja przyjmuje wartości dodatnie.

Odpowiedź: $-1{,}5 < x < 4$.

5.3.9. Funkcja dana jest w postaci iloczynowej. Odczytaj miejsca zerowe: $x_1 = -3$, $x_2 = 2$. Wierzchołek paraboli należy do osi symetrii paraboli, więc pierwszą jego współrzędną możesz wyznaczyć, obliczając średnią arytmetyczną miejsc zerowych: $x_w = p = \frac{-1}{2}$. Podstaw obliczoną wartość za x we wzorze $y = (x - 2)(x + 3)$ i oblicz drugą współrzędną wierzchołka: $y_w = q = -6{,}25$. Naszkicuj wykres funkcji i odczytaj zbiór wartości $f(D_f)$.
Odpowiedź: $f(D_f) = \langle -6{,}25; \infty)$.



5.3.10. Funkcja ma jedno miejsce zerowe $x = -3$. Jest to jednocześnie pierwsza współrzędna wierzchołka paraboli. Druga jest równa zero. Oblicz wartość funkcji dla $x = 0$. Sporządź wykres.



5.3.11.

$-2 = 3 \cdot 1^2 + b \cdot 1$
$-2 = 3 + b$
$-5 = b$
$b = -5$

Punkt należy do wykresu funkcji, więc jego współrzędne spełniają równanie danej paraboli. Wystarczy podstawić współrzędne punktu A i obliczyć wartość współczynnika b.
Odpowiedź: $y = 3x^2 - 5x$.

5.3.12.

$\begin{cases} 42 = 4a - 2b \\ 12 = 9a + 3b \end{cases}$

$75 = 15a \Rightarrow a = 5$

$21 = 10 - b$
$b = -11$

Po
O
do
m
po
ży
ot
z
O

5.3.13. Miejsce zerowe
muje wartość zero. Do
Otrzymasz równanie 0
Odpowiedź: $c = 28$.

5.3.14. Jeżeli funkcja pr
są jej miejscami zerow
kwadratowej $y = a$ (x
$y = a(x + 5)(x - 3)$. Ab
rzędne wierzchołka pa

jako średnią arytmetyc

mentu x funkcja przyjm
czyli $-16a = 16$, skąd ot
Odpowiedź: $y = -x^2 -$ 2

5.3.15. Na wykresie w
punktów należących d
rzystać z postaci iloczy
bo widać, że jej miejs
i 9. Funkcja ma postać
liczyć a, wystarczy za
wierzchołka paraboli (7
Możesz też skorzysta
$y = a(x - 7)^2 - 4$. W tym
jednego z punktów, w k
Odpowiedź: $y = -x^2 + 1$

5.3.16. Jedna część roztw

Łącznie $s = 0{,}25x + x -$
Odpowiedź: $s(x) = -0{,}0$

5.3.12.

$$\begin{cases} 42 = 4a - 2b \\ 12 = 9a + 3b \end{cases}$$

$75 = 15a \Rightarrow a = 5$

$21 = 10 - b$

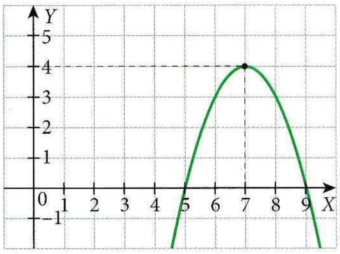
$b = -11$

Podstaw do wzoru współrzędne najpierw punktu A, a potem B. Otrzymasz układ dwóch równań liniowych z dwiema niewiadomymi a i b. Rozwiąż ten układ. Możesz zastosować dowolną metodę rozwiązywania układów równań. Na przykład możesz podzielić stronami pierwsze równanie przez 2, a potem pomnożyć przez 3 i dodać stronami do drugiego. Pozwoli Ci to szybko otrzymać wartość a. Po podstawieniu tej wartości do jednego z równań łatwo obliczysz także wartość współczynnika b.
Odpowiedź: $y = 5x^2 - 11x$.

5.3.13. Miejsce zerowe funkcji to taka wartość argumentu x, dla której funkcja przyjmuje wartość zero. Do podanego wzoru podstaw za x liczbę 7, a za y liczbę zero. Otrzymasz równanie $0 = 49 - 77 + c$. Z równania tego oblicz c.
Odpowiedź: $c = 28$.

5.3.14. Jeżeli funkcja przyjmuje wartości ujemne w przedziale $(-5, 3)$, to liczby -5 i 3 są jej miejscami zerowymi. Teraz możesz skorzystać z postaci iloczynowej funkcji kwadratowej $y = a\,(x - x_1)(x - x_2)$, podstawiając za x_1 i x_2 liczby -5 i 3. Otrzymasz $y = a(x + 5)(x - 3)$. Aby obliczyć wartość współczynnika a, podstaw za x i y współrzędne wierzchołka paraboli. Pierwszą współrzędną wierzchołka możesz obliczyć jako średnią arytmetyczną miejsc zerowych, tzn. $\frac{-5 + 3}{2} = -1$. Dla tej wartości argumentu x funkcja przyjmuje największą wartość $y = 16$. Zatem: $16 = a(-1 + 5)(-1 - 3)$, czyli $-16a = 16$, skąd otrzymasz $a = -1$.
Odpowiedź: $y = -x^2 - 2x + 15$.

5.3.15. Na wykresie widać wyraźnie współrzędne punktów należących do tego wykresu. Możesz skorzystać z postaci iloczynowej funkcji kwadratowej, bo widać, że jej miejscami zerowymi są liczby 5 i 9. Funkcja ma postać: $y = a(x - 5)(x - 9)$. Aby obliczyć a, wystarczy za x i y podstawić współrzędne wierzchołka paraboli $(7, 4)$. Otrzymasz $a = -1$.



Możesz też skorzystać z postaci kanonicznej $y = a(x - 7)^2 - 4$. W tym przypadku, aby obliczyć a, możesz podstawić współrzędne jednego z punktów, w których wykres funkcji przecina oś OY, np. $(9, 0)$.
Odpowiedź: $y = -x^2 + 14x - 45$.

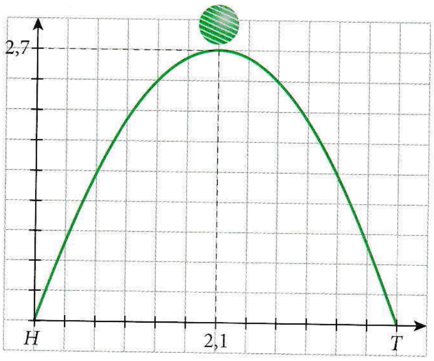
5.3.16. Jedna część roztworu to $x \cdot \frac{16}{100}$. Druga to $(100 - x) \cdot \frac{x + 5}{100}$.

Łącznie $s = 0{,}25x + x - 0{,}01x^2$.
Odpowiedź: $s(x) = -0{,}01x^2 + 111x + 5$.

5.3.17. Jeden z boków prostokąta oznacz x. Drugi będzie miał długość $34 - x$. (Czy wiesz, dlaczego?)
Odpowiedź: $P(x) = x \cdot (34 - x)$, czyli $P(x) = -x^2 + 34x$, $x \in (0, 34)$.

5.3.18. Oznacz bok kwadratu przez x. Na wykonanie kwadratowego ogrodzenia potrzebne będzie $4x$ m siatki. Prostokąt ma mieć boki o stosunku długości 2 : 1. Można więc przyjąć, że jeden bok będzie miał $2k$ m długości, a drugi k m długości. Na wykonanie ogrodzenia prostokątnej rabaty zostanie $60 - 4x$ drutu. Obwód prostokąta możesz przedstawić jako $6k$. Zatem $6k = 60 - 4x$ i $k = 10 - \frac{2}{3}x$. Pole kwadratu o boku x jest równe x^2. Pole prostokąta jest równe $6k^2$. Sumę pól s można przedstawić w postaci
$s = x^2 + 6\left(10 - \frac{2}{3}x\right)^2$.
Odpowiedź: $s(x) = \frac{11}{3}x^2 - 80x + 600$.

5.3.19. Współrzędne wierzchołka (2,1; 2,7).
Miejsca zerowe: 0 i 4,2.
Postać iloczynowa funkcji kwadratowej: $y = a(x - x_1)(x - x_2)$. Po podstawieniu za x_1 i x_2 otrzymasz: $y = ax(x - 4,2)$.
Aby obliczyć a, podstaw za x liczbę 2,1, a za y liczbę 2,7. Otrzymasz $a = \frac{-30}{49}$.
Odpowiedź: $y = \frac{-30}{49}x(x - 4,2)$, czyli:
$y = \frac{-30}{49}x^2 + \frac{18}{7}x$.



5.3.20. Funkcja, której wykres jest symetryczny do wykresu funkcji $y = f(x)$ względem osi OX, ma wzór $y = -f(x)$.
Odpowiedź: $y = 21x^2 - 13x - 48$.

5.3.21. Funkcja kwadratowa przyjmuje najmniejszą wartość, gdy $a < 0$ i $x = \frac{-b}{2a}$, i ma jedno miejsce zerowe $x = 4$, gdy $\Delta = 0$. $\frac{10}{2a} = 4 \Rightarrow a = 1,25$ oraz $0 = 100 - 4 \cdot 1,25 \cdot c$.
Odpowiedź: $y = 1,25x^2 - 10x + 20$.

5.3.22. Aby obliczyć
przecięcia z osią OY.
wierzchołka paraboli
Odpowiedź: $b = 10$, c

5.3.23. Skorzystaj z po
Odpowiedź: $y = -x^2$ –

5.3.24. Skorzystaj z po
6 i 10.
Odpowiedź: $y = -3x^2$

5.3.25. $5000 + 75x$
$95 - x$
$P(x) = (5000$
Odpowiedź: $P(x) = -7$

5.3.26. Skorzystaj z pos
$f(x) = (x - 4)(x + 7)$. A
Odpowiedź: $b = 3$, $c =$

5.3.27. Podstaw dane d
Odpowiedź: $f(x) = 5(x$

5.3.28. Na rysunku wi
współrzędne wierzcho
iloczynowej funkcji, a
chołka za x i y, aby wy
żesz też skorzystać z po
x i y współrzędne jedn
OX. Wykonaj działania
$y = a(x - 1)(x + 3)$
$-4 = a(-1 + 3)(-1 - 1)$
$-4 = -4a \Rightarrow a = 1$
$y = (x - 1)(x + 3)$
Odpowiedź: $y = x^2 + 2x$

5.3.29. Funkcja przyjmu
kanonicznej funkcji kw
$y = a(x - 2)^2 - 6$. Podsta
czynnika a.
$-5 = a \cdot (3 - 2)^2 - 6, a =$
Odpowiedź: $y = x^2 - 4x$

5.3.22. Aby obliczyć c, wystarczy podstawić do wzoru funkcji współrzędne punktu przecięcia z osią OY. Współczynnik b obliczysz ze wzoru na pierwszą współrzędną wierzchołka paraboli.
Odpowiedź: $b = 10$, $c = -6$.

5.3.23. Skorzystaj z postaci iloczynowej funkcji kwadratowej.
Odpowiedź: $y = -x^2 - 4x + 5$.

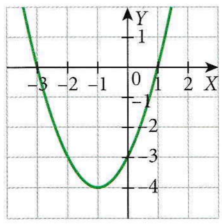
5.3.24. Skorzystaj z postaci iloczynowej funkcji kwadratowej o miejscach zerowych 6 i 10.
Odpowiedź: $y = -3x^2 + 48x - 180$.

5.3.25. $5000 + 75x$ – liczba klientów po obniżce o x zł
$95 - x$ – nowa wysokość miesięcznej opłaty.
$P(x) = (5000 + 75x)(95 - x)$
Odpowiedź: $P(x) = -75x^2 + 2125x + 475\,000$.

5.3.26. Skorzystaj z postaci iloczynowej funkcji kwadratowej $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
$f(x) = (x - 4)(x + 7)$. Aby wyznaczyć współczynniki b i c, wykonaj wskazane działania.
Odpowiedź: $b = 3$, $c = -28$.

5.3.27. Podstaw dane do wzoru $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$.
Odpowiedź: $f(x) = 5(x + 11)(x - 9)$.

5.3.28. Na rysunku widać miejsca zerowe funkcji -3 i 1 oraz współrzędne wierzchołka. Możesz więc skorzystać z postaci iloczynowej funkcji, a następnie podstawić współrzędne wierzchołka za x i y, aby wyznaczyć wartość współczynnika a. Możesz też skorzystać z postaci kanonicznej, a potem podstawić za x i y współrzędne jednego z punktów przecięcia paraboli z osią OX. Wykonaj działania, aby otrzymać postać ogólną.



$y = a(x - 1)(x + 3)$	$y = a(x + 1)^2 - 4$
$-4 = a(-1 + 3)(-1 - 1)$	$0 = a(1 + 1)^2 - 4$
$-4 = -4a \Rightarrow a = 1$	$0 = 4a - 4 \Rightarrow a = 1$
$y = (x - 1)(x + 3)$	$y = (x + 1)^2 - 4$

Odpowiedź: $y = x^2 + 2x - 3$.

5.3.29. Funkcja przyjmuje wartość najmniejszą $y = q$ dla $x = p$, jeżeli $a > 0$. Do postaci kanonicznej funkcji kwadratowej $y = a(x - p)^2 + q$ podstaw wartości p i q, otrzymasz $y = a(x - 2)^2 - 6$. Podstaw współrzędne punktu A za x i y, a uzyskasz wartość współczynnika a.
$-5 = a \cdot (3 - 2)^2 - 6$, $a = 1$.
Odpowiedź: $y = x^2 - 4x - 2$.

5.3.30. Porównaj wzór funkcji z wzorem na postać kanoniczną funkcji kwadratowej. Odczytaj wartości współrzędnych wierzchołka.
Odpowiedź: B.

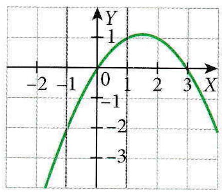
5.3.31. Zauważ, że podana postać to postać kanoniczna funkcji $y = a(x - p)^2 + q$, gdzie $p = x_w$, $q = y_w$ to współrzędne wierzchołka paraboli.
W tym przypadku $p = -12$, $q = -8$. Oś symetrii paraboli przechodzi przez jej wierzchołek i ma równanie $x = p$. Zatem $x = -12$.

5.3.32. Wierzchołek tej paraboli to punkt o współrzędnych $(0, -4c)$. Należy on do danej prostej, gdy $-4c = 5$.

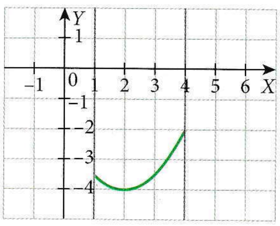
Odpowiedź: $c = \dfrac{-5}{4}$.

5.3.33. Jeżeli $a > 0$, to najmniejszą wartość funkcja może mieć dla $x = p$. W tym przypadku $p = 5$ należy do danego przedziału. Wartość funkcji dla $x = 5$ jest równa -7.
Oblicz jeszcze wartości funkcji na końcach danego przedziału.
$f(2) = 5(2 - 5)^2 - 7 = 38$, $f(8) = 5(8 - 5)^2 - 7 = 38$.
Odpowiedź: Funkcja przyjmuje największą wartość 38 dla $x = 2$ i $x = 8$ i najmniejszą -7 dla $x = 5$.

5.3.34. Oblicz pierwszą współrzędną wierzchołka $x_w = 1{,}5$. Nie jest to liczba z zadanego przedziału, więc zarówno najmniejszą, jak i największą wartość funkcji wyznaczysz, obliczając wartości funkcji na końcach tego przedziału.
$f(-1) = -2, f(1) = 1$
Odpowiedź: Najmniejszą wartością funkcji jest wartość $y = -2$, a największą $y = 1$.



5.3.35. Oblicz współrzędne wierzchołka paraboli:
$x_w = p = \dfrac{-b}{2a}$ i $y_w = q = \dfrac{-\Delta}{4a}$.
$x_w = 2$, $\Delta = 8$, $y_w = -4$. Zauważ, że pierwsza współrzędna wierzchołka należy do danego przedziału, a więc najmniejszą wartością funkcji jest wartość $y_w = -4$.
Aby wyznaczyć wartość największą, musisz obliczyć wartości funkcji na końcach danego przedziału:
$f(1) = 0{,}5 \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 - 2 = -3{,}5$ oraz
$f(4) = 0{,}5 \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 - 2 = -2$.
Odpowiedź: Najmniejszą wartością funkcji jest wartość $y_w = -4$, a największą $y = -2$.



5.3.36. Jeżeli nie ogran
dodatnim a funkcja bę
nie, wykorzystując inf
Odpowiedź: $m = 1$ lub

5.3.37. $\Delta = (3m + 8)^2 -$
$q = -2{,}25m^2 - 12m -$
nierówność $-2{,}25m^2 -$
Odpowiedź: $\dfrac{-16}{3} < m$

5.3.38. $a = -1 < 0$, więc
Oblicz współrzędne w
Wartość funkcji dla x
Funkcja ma najmniejs
Odpowiedź: C.

5.3.39. Oznacz: x – licz
chód można wyrazić z
w postaci funkcji linio
wynosiła 146 zł. Ułóż i
$\begin{cases} 40a + b = 150 \\ 42a + b = 146 \end{cases} \Rightarrow a =$
Funkcja $P = (-2x + 23$
$x = \dfrac{-230}{2(-2)} = 57{,}5$. Nie
kijków. Cena 57 kompl
Cena 58 kompletów w
W pierwszym i drugim
Odpowiedź: Największ
Liczba sprzedanych ko

5.3.40. Do wzoru $K(x)$
równań:
$\begin{cases} 1\,000\,000a + 1000b + \\ 25\,000\,000a + 5000b \end{cases}$
Po rozwiązaniu otrzym
Odpowiedź: $K(x) = 0{,}0$

ą funkcji kwadratowej.

$y = a(x - p)^2 + q$, gdzie

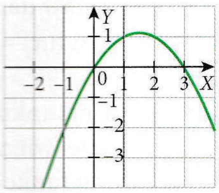
chodzi przez jej wierz-

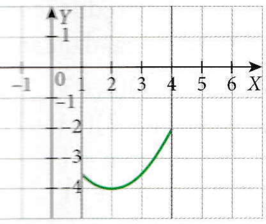
$(0, -4c)$. Należy on do

dla $x = p$. W tym przy-

$x = 5$ jest równa -7.

2 i $x = 8$ i najmniejszą





-4, a największą $y = -2$.

5.3.36. Jeżeli nie ograniczamy dziedziny funkcji do przedziału zamkniętego, to przy dodatnim a funkcja będzie miała najmniejszą wartość $q = \frac{-\Delta}{4a}$. Oblicz Δ i q, a następnie, wykorzystując informację $q = -8$, ułóż odpowiednie równanie $m^2 - 26m + 25 = 0$.
Odpowiedź: $m = 1$ lub $m = 25$.

5.3.37. $\Delta = (3m + 8)^2 - 4 \cdot 13 = 9m^2 + 48m + 12$. Zatem $q = \frac{-\Delta}{4a}$, więc $q = -2{,}25m^2 - 12m - 3$. Jest to najmniejsza wartość funkcji, bo $a = 1 > 0$. Rozwiąż nierówność $-2{,}25m^2 - 12m > 0$.

Odpowiedź: $\frac{-16}{3} < m < 0$.

5.3.38. $a = -1 < 0$, więc w wierzchołku funkcja może przyjąć wartość największą.

Oblicz współrzędne wierzchołka: $p = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = 1$ i $q = 2$.
Wartość funkcji dla $x = 0$ jest równa $y = -1$.
Funkcja ma najmniejszą wartość -1 dla $x = 0$ i największą 2 dla $x = 1$.
Odpowiedź: C.

5.3.39. Oznacz: x – liczba sprzedanych kompletów kijków, c – cena kompletu. Przychód można wyrazić zależnością $P = cx$. Średnią cenę sprzedaży kompletu otrzymasz w postaci funkcji liniowej $c = ax + b$. Dla $x = 40$ cena wynosiła $c = 150$. Dla $x = 42$ wynosiła 146 zł. Ułóż i rozwiąż układ równań: $150 = 40a + b$ oraz $146 = 42a + b$.

$$\begin{cases} 40a + b = 150 \\ 42a + b = 146 \end{cases} \Rightarrow a = -2,\ b = 230. \text{ Zatem } c = -2x + 230.$$

Funkcja $P = (-2x + 230)x$, czyli $P = -2x^2 + 230x$ przyjmuje wartość maksymalną dla $x = \frac{-230}{2(-2)} = 57{,}5$. Nie jest to liczba całkowita, więc oblicz cenę 57 i 58 kompletów kijków. Cena 57 kompletów wyniesie $c = -2 \cdot 57 + 230 = 116$ (zł).
Cena 58 kompletów wyniesie $c = -2 \cdot 58 + 230 = 114$ (zł).
W pierwszym i drugim przypadku przychód wyniesie 6612 zł.
Odpowiedź: Największy przychód salon uzyska, sprzedając kijki po 116 zł lub 114 zł. Liczba sprzedanych kompletów będzie równa 57 lub 58.

5.3.40. Do wzoru $K(x) = ax^2 + bx + 104\,400$ podstaw dane z tabeli. Otrzymasz układ równań:

$$\begin{cases} 1\,000\,000a + 1000b + 850 = 100 \\ 25\,000\,000a + 5000b + 850 = 250 \end{cases}$$

Po rozwiązaniu otrzymasz $a = 1{,}575 \cdot 10^{-4}$ i $b = -0{,}75$.
Odpowiedź: $K(x) = 0{,}0001575x^2 - 0{,}75x + 850$.