6.2.36. Jest to malejący ciąg arytmetyczny dwunastowyrazowy, w którym $r = -60$ i $S_n = 5640$. Trzeba obliczyć a_1 i a_{12}. Podstaw dane do wzoru na sumę ciągu arytmetycznego: $S_{12} = \frac{2a_1 + 11 \cdot (-60)}{2} \cdot 12$
Odpowiedź: $a_1 = 800$, $a_{12} = 140$.

6.2.37. Jest to ciąg arytmetyczny, w którym $r = 50$, $S_{n+1} = 7600$ i $a_1 = 100$. Aby obliczyć n, trzeba skorzystać ze wzoru na S_{n+1}: $7600 = \frac{2 \cdot 100 + n \cdot 50}{2} \cdot (n+1)$. Po uproszczeniu i uporządkowaniu otrzymasz równanie kwadratowe: $n^2 + 5n - 300 = 0$, którego dodatnim pierwiastkiem jest $n = 15$.
Odpowiedź: Minie 15 miesięcy.

6.2.38. Masz $a_1 = -2$ i $a_9 = 18$. Łatwo obliczyć, że $r = 2{,}5$.
Odpowiedź: $a_2 = 0{,}5$, $a_3 = 3$, $a_4 = 5{,}5$, $a_5 = 8$, $a_6 = 11{,}5$, $a_7 = 13$ i $a_8 = 15{,}5$.

6.2.39. Jest to ciąg arytmetyczny o 7 wyrazach, w którym $a_2 = 46$ i $a_7 = 106$. Trzeba obliczyć S_7. Zauważ, że $a_7 - a_2 = 5r$. Oblicz $r = 12$ i $a_1 = 34$. Podstaw do wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego.
Odpowiedź: Książka miała 490 stron.

6.3. Ciągi geometryczne

6.3.1. Wyznacz piąty wyraz ciągu.

a) 300, –30, 3, ... b) 4, 20, 100, ... c) 32, 16, 8, ...

d) –54, 18, –6, ... e) $2^{x+1}, 2^{2x+1}, 2^{3x+1}, \ldots$ f) $1, \frac{-x}{3}, \frac{x^2}{9}, \ldots$

6.3.2. Wyznacz iloraz q ciągu geometrycznego, w którym:

a) $a_1 = 4$, $a_2 = 6$; b) $a_1 = -2$, $a_3 = \sqrt{2}$; c) $a_{12} = 100$, $a_{15} = 72{,}9$;

d) $a_4 = 1{,}25$; $a_7 = \frac{5}{108}$; e) $a_1 = \sqrt{5} + 2$, $a_3 = \sqrt{5} - 2$.

6.3.3. Dodatnie licz
Oblicz b, jeśli:
a) $a = 3$, $c = 27$;
c) $a = 10$, $c = 10^{4x-3}$;

6.3.4. W ciągu geom

6.3.5. Zbadaj, czy cią

6.3.6. Który z podan
A. 3, $(-3)^2$, $(-3)^3$, (–3
C. 3, 13, 133, ...

6.3.7. W rosnącym
ciągu wynoszą:
A. $a_1 = 2$ i $q = 2$;
C. $a_1 = 1$ i $q = 2$;

6.3.8. W 2012 roku
stępnym roku liczba
wyciętych drzew wy
A. w 2015 r.;

6.3.9. Który z podan
A. $a_n = \frac{2n}{2n+1}$;

6.3.10. Udowodnij,
ciąg $a_n = f(n+1) - f$

6.3.11. W ciągu geo

6.3.12. Oblicz pier
i $a_7 = 1$. Oblicz sumę

6.3.13. Oblicz sumę
a) 4; 0,4; 0,04; ...

6.3.3. Dodatnie liczby a, b, c tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Oblicz b, jeśli:

a) $a = 3, c = 27$;

b) $a = 2, c = \frac{2}{9}$;

c) $a = 10, c = 10^{4x-3}$;

d) $a = 1, c = 3$.

6.3.4. W ciągu geometrycznym dane są $a_1 = 4$, $a_4 = \frac{-32}{27}$. Oblicz iloraz tego ciągu.

6.3.5. Zbadaj, czy ciąg $a_n = 5^n + 5^{n+3}$ jest geometryczny.

6.3.6. Który z podanych niżej ciągów jest geometryczny?

A. $3, (-3)^2, (-3)^3, (-3)^4, \ldots$

B. $-3, 3, 9, 15, \ldots$

C. $3, 13, 133, \ldots$

D. $1, -1, 1, -1, \ldots$

6.3.7. W rosnącym ciągu geometrycznym $S_2 = 6$ i $S_4 = 30$. Wyraz pierwszy i iloraz ciągu wynoszą:

A. $a_1 = 2$ i $q = 2$;

B. $a_1 = -4$ i $q = 2$;

C. $a_1 = 1$ i $q = 2$;

D. $a_1 = 2$ i $q = -2$ lub $q = 2$.

6.3.8. W 2012 roku wycięto 125 drzew zniszczonych przez owady. W każdym następnym roku liczba wycinanych rocznie drzew malała o 20%. W którym roku liczba wyciętych drzew wyniosła 64?

A. w 2015 r.; B. w 2014 r.; C. w 2013 r.; D. nie było takiego roku.

6.3.9. Który z podanych ciągów jest ciągiem geometrycznym?

A. $a_n = \frac{2n}{2n+1}$; B. $b_n = 4 \cdot 5^n$; C. $c_n = 4n$; D. $d_n = 2^n + 1$.

6.3.10. Udowodnij, że dla dowolnej funkcji wykładniczej $f(x) = a^x$, gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$, ciąg $a_n = f(n+1) - f(n)$ jest ciągiem geometrycznym.

6.3.11. W ciągu geometrycznym $a_4 = 6$, $a_7 = 48$. Oblicz q.

6.3.12. Oblicz pierwszy wyraz i iloraz ciągu geometrycznego, wiedząc, że $a_4 = 27$ i $a_7 = 1$. Oblicz sumę ośmiu początkowych wyrazów tego ciągu.

6.3.13. Oblicz sumę czterech początkowych wyrazów ciągu:

a) $4; 0{,}4; 0{,}04; \ldots$

b) $2, -\sqrt{8}, 4, \ldots$

c) $7, \frac{7}{3}, \frac{7}{9}, \ldots$

d) $750, 50, 3\frac{1}{3}, \ldots$

6.3.14. Oblicz sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, w którym:

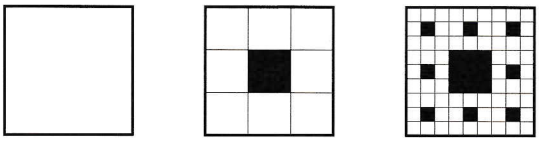
a) $a_1 = \frac{1}{8}$, $q = -2$, $n = 6$; b) $a_1 = 3$, $q = -0{,}5$, $n = 7$;

c) $a_1 = 20$, $q = -0{,}2$, $n = 3$; d) $a_1 = 0{,}5$, $q = -1{,}5$, $n = 3$.

6.3.15. Oblicz sumę sześciu wyrazów ciągu geometrycznego, w którym $a_n = \left(\frac{2}{5}\right)^n$.

6.3.16. Na dębie rośnie 78 125 żołędzi. Codziennie spada 40% żołędzi spośród tych, które pozostały na drzewie. Ile żołędzi zostanie na dębie pod koniec siódmego dnia?

6.3.17. Ciąg figur otrzymujemy następująco: dzielimy kwadrat na 9 mniejszych kwadratów i usuwamy środkowy. Wobec ośmiu pozostałych kwadratów operację się powtarza, dzieląc każdy z nich na 9 mniejszych kwadratów, usuwając środkowy itd. Figury $F1, F2, F3, \ldots$ są kolejnymi etapami powstawania tego ciągu. Tak opisany proces z nieskończoną liczbą etapów prowadzi do figury znanej jako dywan Sierpińskiego.



$F1$ $F2$ $F3$

Oblicz pole figury $F4$, jeśli pole $F1$ jest równe 1458.

6.3.18. Wyznacz pierwszy wyraz oraz iloraz ciągu geometrycznego, wiedząc, że $a_3 = 3{,}5$ i $8a_5 = 175$.

6.3.19. Wyznacz wzór na ogólny wyraz ciągu geometrycznego: $\frac{16}{9}, -\frac{4}{3}, 1, -\frac{3}{4}, \ldots$

6.3.20. Liczby $3 - \sqrt{5}, 2, x$ tworzą w podanej kolejności ciąg geometryczny. Wartość x jest równa:

A. $\frac{2}{3-\sqrt{5}}$; B. $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$; C. $3 + \sqrt{5}$; D. $14 - 6\sqrt{5}$.

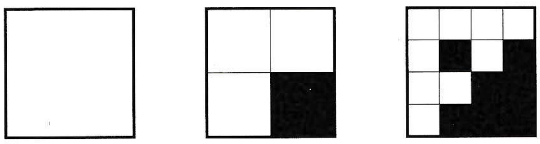
6.3.21. Oblicz sumę $S_n = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \ldots + \frac{1}{729}$.

6.3.22. Wykaż, że jeśli w pewnym malejącym ciągu geometrycznym $5S_2 = 4S_4$, to iloraz tego ciągu jest równy $q = \frac{1}{2}$.

6.3.23. Plama ropy wyciekająca z rozbitego tankowca w ciągu pierwszej godziny zajęła obszar 3 km^2, a w każdej następnej godzinie obszar o 80% większy niż w poprzedniej. Jak duża będzie plama ropy po 4 godzinach?

6.3.24. Patrycja wysłała do dwudziestu swoich koleżanek SMS o treści: „Pomóż małej Kasi. Wyślij jutro ten SMS do pięciu osób. Nie przerywaj łańcuszka, bo dla małej Kasi potrzebne są pieniądze na operację". Załóżmy, że każda osoba, która otrzymała taką wiadomość, zastosowała się do polecenia i wysłała pięć SMS-ów (nawet, jeżeli robiła to wcześniej). Ile wysłano dziesiątego dnia?

6.3.25. Ciąg figur na rysunku powstaje poprzez podzielenie pierwszego kwadratu na cztery mniejsze i usunięcie jednego z nich z narożnika. W kolejnej figurze postępujemy podobnie i każdy kwadrat dzielimy na cztery mniejsze i usuwamy jeden z nich z narożnika. Oblicz sumę pól pięciu otrzymanych w ten sposób figur, jeśli pierwszy kwadrat ma bok o długości 16 cm.



F_1 F_2 F_3

6.3.26. Trzy liczby: x, 3, y tworzą ciąg arytmetyczny, a trzy liczby: 2, $x + 3$, $y + 3$ tworzą ciąg geometryczny. Wyznacz x i y.

6.3.27. Pomiędzy liczby 36 i 6 wstaw dwie liczby w taki sposób, aby trzy pierwsze utworzyły ciąg arytmetyczny, a trzy ostatnie ciąg geometryczny.

Wskazówki. Rozwiązania. Odpowiedzi

6.3.1.

a) $q = \dfrac{-30}{300} = -0{,}1$, $a_5 = 300 \cdot (-0{,}1)^4 = 0{,}03$;

b) $q = \dfrac{20}{4} = 5$, $a_5 = 4 \cdot (5)^4 = 2500$;

c) $q = \dfrac{16}{32} = 0{,}5$, $a_5 = 32 \cdot (0{,}5)^4 = 2$;

d) $q = \dfrac{18}{-54} = \dfrac{-1}{3}$, $a_5 = -54 \cdot \left(\dfrac{-1}{3}\right)^4 = \dfrac{-2}{3}$;

e) $q = \dfrac{2^{2x+1}}{2^{x+1}} = 2^x$, $a_5 = 2^{x+1} \cdot (2^x)^4 = 2^{5x+1}$;

f) $1, \dfrac{-x}{3}, \dfrac{x^2}{9}, \ldots\ q = \dfrac{x^2}{9} ; \dfrac{-x}{3} = \dfrac{-x}{3}$; $a_5 = \left(\dfrac{-x}{3}\right)^4 = \dfrac{x^4}{81}$.

6.3.2.

a) $q = \dfrac{a_2}{a_1} \Rightarrow q = 1{,}5$;

b) $q^2 = \dfrac{a_3}{a_1} \Rightarrow q^2 = \dfrac{-\sqrt{2}}{2}$; taki ciąg nie istnieje;

c) $q^3 = \dfrac{a_{15}}{a_{12}} \Rightarrow q^3 = 0{,}729$, więc $q = 0{,}9$;

d) $q^3 = \dfrac{a_7}{a_4} \Rightarrow q^3 = \dfrac{1}{27}$, więc $q = \dfrac{1}{3}$;

e) $q^2 = \dfrac{a_3}{a_1} \Rightarrow q^2 = \dfrac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} = 9 - 4\sqrt{5} = \left(\sqrt{5}-2\right)^2$, zatem $q = 2 - \sqrt{5}$ lub $q = \sqrt{5} - 2$.

6.3.3.

a) $b^2 = 81 \Rightarrow b = 9$;

b) $b^2 = \dfrac{4}{9} \Rightarrow b = \dfrac{2}{3}$;

c) $b^2 = 10^{4x-2} \Rightarrow b = 10^{2x-1}$;

d) $b^2 = 3 \Rightarrow b = \sqrt{3}$.

6.3.4. Skorzystaj ze wzoru na n-ty wyraz ciągu geometrycznego. Otrzymasz $4 \cdot q^3 = \dfrac{-32}{27}$. Zatem $q^3 = \dfrac{-8}{27}$.

Odpowiedź: $q = \dfrac{-2}{3}$.

6.3.5. Trzeba zbadać iloraz $\dfrac{a_{n+1}}{a_n}$. Oblicz najpierw wyraz

$a_{n+1} = 5^{n+1} + 5^{n+4} = 5^{n+1}(1 + 5^3) = 126 \cdot 5^{n+1}$.

Wyraz a_n podobnie przedstaw w postaci iloczynu: $a_n = 5^n(1 + 5^3) = 126 \cdot 5^n$.

Oblicz $\dfrac{a_{n+1}}{a_n} = \dfrac{126 \cdot 5^{n+1}}{126 \cdot 5^n} = 5$.

Iloraz jest stały i równy 5, więc ciąg jest geometryczny.

$-\sqrt{5}$ lub $q = \sqrt{5} - 2$.

Otrzymasz

$) = 126 \cdot 5^n$.

6.3.6. Ciąg geometryczny ma stały iloraz. Niemożliwa jest odpowiedź A ze względu na znaki kolejnych wyrazów; $3 : (-3)$ nie jest równe $9 : 3$, więc odrzuć odpowiedź B. Analogicznie sprawdź iloraz kolejnych wyrazów w C i D. Pozostaje odpowiedź D. Sprawdź. Jest to ciąg geometryczny o ilorazie (-1).

6.3.7. Oblicz $\frac{S_4}{S_2} = \frac{a_1 \cdot \frac{1-q^4}{1-q}}{a_1 \cdot \frac{1-q^2}{1-q}}$. Ciąg jest rosnący, więc $q > 1$ i $a_1 \neq 0$. Możesz skrócić otrzymane wyrażenie.

$\frac{S_4}{S_2} = \frac{1-q^4}{1-q^2} = \frac{(1-q^2)(1+q^2)}{1-q^2} = 1 + q^2$. Z drugiej strony $\frac{S_4}{S_2} = 5$. Stąd $q^2 = 4$ i $q > 0$, więc $q = 2$. Ze wzoru $6 = a_1 \cdot \frac{1-2^2}{1-2}$ wylicz $a_1 = 2$.

Odpowiedź: A.

6.3.8. W każdym następnym roku liczba wyciętych drzew stanowi 80% liczby drzew wyciętych w roku poprzednim. Masz więc do czynienia z ciągiem geometrycznym o ilorazie $q = 0{,}8$ i pierwszym wyrazie $a_1 = 125$. Pytanie postawione w zadaniu możesz zapisać w postaci równania $125 \cdot 0{,}8^{n-1} = 64$ albo $\left(\frac{4}{5}\right)^{n-1} = \frac{64}{125}$.

Zatem $n - 1 = 3$ i $n = 4$. 64 drzewa wycięto w 2015 roku.
Odpowiedź: A.

6.3.9. Ciąg geometryczny to taki, w którym stały jest iloraz dowolnego wyrazu tego ciągu (bez pierwszego) przez wyraz go poprzedzający. Możesz więc w każdym przypadku obliczyć iloraz $\frac{a_{n+1}}{a_n}$.

A. $\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{\frac{2(n+1)}{2(n+1)+1}}{\frac{2n}{2n+1}} = \frac{(n+1)(2n+1)}{n(2n+3)}$;

B. $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{4 \cdot 5^{n+1}}{4 \cdot 5} = 5$;

C. $\frac{c_{n+1}}{c_n} = \frac{4(n+1)}{4n} = \frac{n+1}{n}$;

D. $d_n = 2^n + 1$.
$\frac{d_{n+1}}{d_n} = \frac{2^{n+1}+1}{2^n+1}$.

Zadanie zamknięte pozwoli Ci na szybkie wyeliminowanie nieprawdziwych odpowiedzi, jeśli w każdym przypadku sprawdzisz, czy $a_2^2 = a_1 \cdot a_3$. Są to działania na liczbach i mogą dla Ciebie być łatwiejsze.
Odpowiedź: B.

6.3.10.

$a_n = a^{(n+1)} - a^n = a^n(a-1)$

$a_{n+1} = a^{n+1}(a-1)$

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{a^{n+1}(a-1)}{a^n(a-1)} = a.$$

Liczba a jest dowolną liczbą różną od zera, więc iloraz jest stały, zatem ciąg jest ciągiem geometrycznym.

Wystarczy uzasadnić, że iloraz $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ jest stały.

Przekształć najpierw wyraz a_n do najprostszej postaci.

Wyznacz wyraz a_{n+1}. Teraz zbadaj iloraz $\frac{a_{n+1}}{a_n}$

6.3.11. Dla ciągu geometrycznego prawdziwa jest równość: $a_7 = a_4 \cdot q^3$. Otrzymasz równanie: $6 \cdot q^3 = 48$, którego jedynym rozwiązaniem jest $q = 2$.

6.3.12.

$$\begin{cases} a_4 = a_1 \cdot q^3 \\ a_7 = a_1 \cdot q^6 \end{cases}, \text{ czyli } \begin{cases} a_1 \cdot q^3 = 27 \\ a_1 \cdot q^6 = 1 \end{cases}$$

Zatem $q^3 = \frac{1}{27}$, czyli $q = \frac{1}{3}$ oraz $a_1 = 729$.

$$S_8 = 729 \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^8}{1 - \frac{1}{3}} = 729 \cdot \frac{1 - \frac{1}{6561}}{\frac{2}{3}} = 1093\frac{1}{3}.$$

Skorzystaj ze wzoru na wyraz ogólny ciągu geometrycznego. Podstaw dane, otrzymasz układ dwóch równań.
Podziel stronami drugie równanie przez pierwsze, a otrzymasz postać pozwalającą Ci wyznaczyć iloraz ciągu.
Z pierwszego równania wyznacz pierwszy wyraz ciągu.
Teraz możesz obliczyć sumę 8 wyrazów ciągu.

6.3.13. Oblicz q i $S_4 = a_1 \cdot \frac{1-q^4}{1-q}$

a) $a_1 = 4$, $q = 0{,}1$

$$S_4 = 4 \cdot \frac{1 - 0{,}1^4}{1 - 0{,}1} = \frac{1111}{250}$$

b) $a_1 = 2$, $q = -\sqrt{2}$

$$S_4 = 2 \cdot \frac{1 - \sqrt{2}^4}{1 + \sqrt{2}} = 6 - 6\sqrt{2}$$

c) $a_1 = 7,\ q = \frac{1}{3}$

$$S_4 = 7 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{3}\right)^4}{1-\frac{1}{3}} = \frac{280}{27}$$

d) $a_1 = 750,\ q = \frac{1}{15}$

$$S_4 = 750 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{15}\right)^4}{1-\frac{1}{15}} = \frac{7232}{9}$$

6.3.14. Oblicz sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego, w którym:

a) $S_6 = \frac{1}{8} \cdot \frac{1-(-2)^6}{1+2}$

$S_6 = \frac{-21}{8}$

b) $S_7 = 3 \cdot \frac{1-(-0,5)^7}{1+0,5}$

$S_7 = \frac{129}{64}$

c) $S_3 = 20 \cdot \frac{1-(-0,2)^3}{1+0,2}$

$S_3 = \frac{84}{5}$

d) $S_3 = 0,5 \cdot \frac{1-(-1,5)^3}{1+1,5}$

$S_3 = \frac{7}{8}$

6.3.15.

$a_1 = \frac{2}{5},\ a_2 = \frac{4}{25} \ \Rightarrow\ q = \frac{2}{5}.$

$$S_6 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1-\left(\frac{2}{5}\right)^6}{1-\frac{2}{5}} = \frac{2}{3} \cdot \left(1 - \frac{64}{15625}\right) =$$

$$= \frac{10374}{15625} \approx 0,664$$

Oblicz najpierw dwa pierwsze wyrazy tego ciągu, podstawiając 1 i 2 w miejsce n.

Oblicz iloraz tego ciągu, dzieląc drugi wyraz przez pierwszy.

Teraz oblicz sumę sześciu początkowych wyrazów ciągu, korzystając ze wzoru:

$S_6 = a_1 \cdot \frac{1-q^6}{1-q}.$

6.3.16. Pierwszego dnia na dębie jest 78 125 żołędzi. Drugiego zostanie 60% tej ilości itd. Liczba żołędzi na dębie w kolejnych dniach tworzy ciąg geometryczny o ilorazie $q = 0,6$ i pierwszym wyrazie $a_1 = 78\ 125$. Trzeba obliczyć wyraz ósmy:

$$a_8 = 78\ 125 \cdot 0,6^7 = 78\ 125 \cdot \frac{2187}{78\ 125} = 2187.$$

Odpowiedź: Ósmego dnia na dębie zostanie 2187 żołędzi.

6.3.17. Oznacz przez P_1, P_2, ... pola kolejnych figur. Zauważ, że każda kolejna figura ma pole równe $\frac{8}{9}$ pola poprzedniej figury. Pola tworzą więc ciąg geometryczny o ilorazie $\frac{8}{9}$. Pole czwartej figury jest równe $P_4 = 1458 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^3 = 1458 \cdot \frac{512}{729} = 1024$.

6.3.18. Możesz skorzystać z faktu, że $a_5 = a_3 \cdot q^2$. Z równania: $8(3{,}5 \cdot q^2) = 175$ wyznacz obie wartości q. Ze wzoru na a_3 wyznaczysz w obu przypadkach a_1.
Odpowiedź: $a_1 = 0{,}56$, $q = -\frac{5}{2}$ lub $q = \frac{5}{2}$.

6.3.19. Dzieląc dany wyraz przez wyraz poprzedni, łatwo zauważysz, że $\left(\frac{-4}{3}\right) : \frac{16}{9} = 1 : \left(\frac{-4}{3}\right) = \frac{-3}{4} = q$. Podstaw obliczoną wartość q do wzoru na n-ty wyraz ciągu i przekształć do najprostszej postaci.
Odpowiedź: $a_n = (-0{,}75)^{n-3}$.

6.3.20. Skorzystaj z własności ciągu geometrycznego: $\left(3 - \sqrt{5}\right)x = 2^2$ i wyznacz x.
Odpowiedź: C.

6.3.21. Nie musisz używać wzoru na sumę ciągu geometrycznego.

$\frac{1}{3}S_n = \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \ldots + \frac{1}{729} + \frac{1}{2187}$	Pomnóż obie strony równania przez $\frac{1}{3}$.
$\frac{2}{3}S_n = 1 - \frac{1}{2187}$, czyli $\frac{2}{3}S_n = \frac{2186}{2187}$	Odejmij drugie równanie od pierwszego.
$S_n = \frac{1093}{729}$	Podziel obie strony przez $\frac{2}{3}$.

6.3.22.

$5a_1 \cdot \frac{1-q^4}{1-q} = 4a_1 \cdot \frac{1-q^2}{1-q}$, $q \neq 0$, $a_1 \cdot \neq 0$	Możesz skorzystać ze wzoru na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.
$5(1 - q^4) = 4(1 - q^2)$	Podziel równanie stronami przez a_1 i pomnóż przez $(1 - q)$.
$5(1 - q^2)(1 + q^2) = 4(1 - q^2)$ $/: (1 - q^2)$	Skorzystaj ze wzoru skróconego mnożenia, aby rozłożyć $(1 - q^4)$.

$5(1 + q^2) = 4$ $/: 5$
$1 + q^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow q^2 =$

To jest przykładowe
Możesz nie korzystać
$5(a_1 + a_2) = 4(a_1 + a_2 +$

6.3.23. Obszar zajmo
o pierwszym wyrazie
Odpowiedź: Po czter

6.3.24. Każdego dnia
Liczba SMS-ów wys
nego. Musisz obliczy
Odpowiedź: $20 \cdot 5^9 =$

6.3.25. Zauważ, że p
dziesz iloraz tego cią
na sumę pięciu pocz
Odpowiedź: 781 cm

6.3.26. Z własności
$y = 6 - x$. Z własnośc
$(x + 3)^2 = 2(6 - x +$
$x^2 + 6x + 9 = 18 - 2x$
W pierwszym przyp
ki zadania.

$x = -9$ i $y = 15$
$x = 1$ i $y = 5$

Odpowiedź: $x = -9$

$5(1 + q^2) = 4 \quad /:5$

$1 + q^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{4}$ i $q > 0$, więc $q = \frac{1}{2}$

Możesz podzielić przez $(1 - q^2)$, bo ciąg jest malejący i q nie może być równe ani 1, ani –1. Iloraz nie może też być ujemny, bo wtedy wyrazy ciągu byłyby kolejno na przemian dodatnie i ujemne.

To jest przykładowe uzasadnienie.
Możesz nie korzystać ze wzoru na sumę, tylko zapisać równość:
$5(a_1 + a_2) = 4(a_1 + a_2 + a_3 + a_4)$ i zastosować wzór na n-ty wyraz ciągu geometrycznego.

6.3.23. Obszar zajmowany przez ropę w kolejnych godzinach to ciąg geometryczny o pierwszym wyrazie 3 i ilorazie 1,8. Czwarty wyraz tego ciągu to $3 \cdot 1{,}8^3$.
Odpowiedź: Po czterech godzinach plama ropy zajmie obszar prawie 17,5 km^2.

6.3.24. Każdego dnia wysłano takich SMS-ów 5 razy więcej niż dnia poprzedniego. Liczba SMS-ów wysłanych każdego dnia jest kolejnym wyrazem ciągu geometrycznego. Musisz obliczyć wyraz dziesiąty.
Odpowiedź: $20 \cdot 5^9 = 39\,062\,500$.

6.3.25. Zauważ, że pole drugiej figury stanowi $\frac{3}{4}$ pola pierwszej. Łatwo więc znajdziesz iloraz tego ciągu. Znając pole pierwszego kwadratu (256), skorzystaj ze wzoru na sumę pięciu początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. $S_5 = 256 \cdot \dfrac{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^5}{1 - \frac{3}{4}}$.

Odpowiedź: 781 cm^2.

6.3.26. Z własności ciągu arytmetycznego masz $\frac{x + y}{2} = 3$, więc $x + y = 6$, zatem $y = 6 - x$. Z własności ciągu geometrycznego masz $(x + 3)^2 = 2\,(y + 3)$, czyli $(x + 3)^2 = 2(6 - x + 3)$. To równanie kwadratowe z niewiadomą x. Uporządkuj je.
$x^2 + 6x + 9 = 18 - 2x \Rightarrow x^2 + 8x - 9 = 0$, $\Delta = 100$, $x_1 = -9$, $x_2 = 1$.
W pierwszym przypadku $y = 15$, a w drugim $y = 5$. Sprawdź, czy są spełnione warunki zadania.

	ciąg arytmetyczny	ciąg geometryczny
$x = -9$ i $y = 15$	$-9, 3, 15 \Rightarrow r = 12$	$2, -6, 18 \Rightarrow q = -3$
$x = 1$ i $y = 5$	$1, 3, 5 \Rightarrow r = 2$	$2, 4, 8 \Rightarrow q = 2$

Odpowiedź: $x = -9$ i $y = 15$ lub $x = 1$ i $y = 5$.

6.3.27. Ciąg 36, x, y jest arytmetyczny, więc $y - x = x - 36$. Ciąg x, y, 6 jest geometryczny, więc $y^2 = 6x$.

Zatem $y = 2x - 36$ i $(2x - 36)^2 = 6x$. Rozwiąż otrzymane równanie kwadratowe. Otrzymasz $x = 13{,}5$ lub $x = 24$. Z równania $y = 2x - 36$ wyznacz w każdym przypadku y.

Odpowiedź: 36, $\frac{27}{2}$, -9, 6 lub 36, 24, 12, 6.