10.3. Bryły obrotowe

10.3.1. Wysokość stożka jest równa 12, a tworząca 13. Oblicz promień stożka.

10.3.2. Jak zmieni się objętość walca, jeśli wysokość zwiększymy 4 razy?

10.3.3. Jak zmieni się pole powierzchni bocznej stożka, jeśli tworzącą stożka zwiększymy 3 razy?

10.3.4. Oblicz objętość kuli o promieniu 19.

10.3.5. Pole powierzchni kuli jest równe 144π. Oblicz jej promień.

10.3.6. Pole powierzchni kuli i jej objętość mają taką samą wartość liczbową. Jaki jest promień kuli?

10.3.7. Oblicz objętość garnka w kształcie walca o średnicy 18 cm i wysokości 12 cm.

10.3.8. Pole powierzchni bocznej walca jest równe 60π, a wysokość 8. Oblicz długość promienia podstawy walca.

10.3.9. Oblicz wysokość stożka, którego objętość jest równa $12{,}5\pi$, a obwód podstawy 10π.

10.3.10. Wysokość walca jest równa 12, a średnica podstawy 8. Oblicz objętość walca.

10.3.11. Kąt rozwarcia stożka jest kątem prostym, a długość promienia podstawy jest równa 6. Oblicz długość jego tworzącej.

10.3.12. Tworząca stożka jest nachylona do jego wysokości pod katem α. Oblicz cosinus tego kąta, jeżeli wysokość stożka jest trzy razy dłuższa od promienia podstawy.

10.3.13. Pole powierzchni bocznej stożka jest równe $18\pi\sqrt{3}$, a pole podstawy 27π. Oblicz miarę kąta, pod jakim tworząca stożka jest nachylona do płaszczyzny podstawy.

10.3.14. Przekrój osiowy walca jest prostokątem o bokach 24 i 7. Oblicz cosinus kąta nachylenia przekątnej przekroju osiowego do płaszczyzny podstawy.

10.3.15. Prostokąt m
kół dłuższego boku p
prostokąta z wysokoś

10.3.16. Promień po
Oblicz odległość środ

10.3.17. Przekrój osi
A. 900π;

10.3.18. Tworząca st
Objętość stożka jest r
A. $16{,}51\pi$;

10.3.19. Pole powier
A. 3π;

10.3.1. Promień stożk
$r^2 + H^2 = l^2$, gdzie $l =$
$r^2 = 169 - 144 \Rightarrow r$
Odpowiedź: $r = 5$.

10.3.2. Przyjmij V_1 –
$V_1 = P_p \cdot H_1$, $V_2 = P_p \cdot$
Odpowiedź: Wzrośni

10.3.3. Pole powierzc
tworząca stożka. Gdy
stożka też wzrośnie t
Odpowiedź: Wzrośn

10.3.4. Podstaw do w

Odpowiedź: $V = 914$

10.3.15. Prostokąt ma boki o długościach 11 i 60. W wyniku obrotu prostokąta wokół dłuższego boku powstał walec. Oblicz cosinus kąta, jaki tworzy przekątna tego prostokąta z wysokością walca.

10.3.16. Promień podstawy stożka ma długość 22, a kąt rozwarcia ma miarę 120°. Oblicz odległość środka podstawy stożka od jego tworzącej.

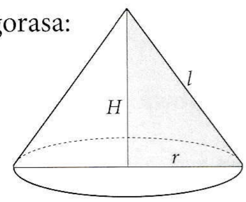
10.3.17. Przekrój osiowy walca jest kwadratem o boku 30. Objętość walca jest równa:
A. 900π; B. 2700π; C. 6750π; D. $27\,000\pi$.

10.3.18. Tworząca stożka nachylona do jego podstawy pod kątem 41° ma długość 10. Objętość stożka jest równa około:
A. $16{,}51\pi$; B. $49{,}53\pi$; C. $124{,}65\pi$; D. $373{,}94\pi$.

10.3.19. Pole powierzchni kuli jest równe 9π. Objętość tej kuli jest równa:
A. 3π; B. $4{,}5\pi$; C. 9π; D.18π.

Wskazówki. Rozwiązania. Odpowiedzi

10.3.1. Promień stożka obliczysz, korzystając z twierdzenia Pitagorasa:
$r^2 + H^2 = l^2$, gdzie $l = 13$ i $H = 12$.
$r^2 = 169 - 144 \Rightarrow r = 5$
Odpowiedź: $r = 5$.



10.3.2. Przyjmij V_1 – objętość walca przed zmianą, V_2 – objętość walca po zmianie.
$V_1 = P_p \cdot H_1$, $V_2 = P_p \cdot H_2 = P_p \cdot 4H_1 = 4V_1$.
Odpowiedź: Wzrośnie cztery razy.

10.3.3. Pole powierzchni bocznej stożka możesz obliczyć ze wzoru $P_b = \pi rl$, gdzie l to tworząca stożka. Gdy tworzącą zwiększymy trzykrotnie, to pole powierzchni bocznej stożka też wzrośnie trzykrotnie.
Odpowiedź: Wzrośnie trzy razy.

10.3.4. Podstaw do wzoru $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, gdzie $R = 19$.

Odpowiedź: $V = 9145\frac{1}{3}\pi$.

10.3.5. Skorzystaj ze wzoru na pole powierzchni kuli $P = 4\pi R^2$.
Otrzymasz równanie $4\pi R^2 = 144\pi$ /: 4π

$$R^2 = 36 \Rightarrow R = 6.$$

Odpowiedź: $R = 6$.

10.3.6. Porównaj wzory na pole powierzchni i objętość kuli. Otrzymasz równanie:

$\frac{4}{3}\pi R^3 = 4\pi R^2$ /$\cdot$ 3

$4\pi R^3 = 12\pi R^2$ /: $4\pi R^2$

$R = 3$

Odpowiedź: $R = 3$.

10.3.7. Średnica garnka jest równa 18 cm, a więc promień podstawy $R = 9$ cm. Wysokość $H = 12$ cm. Podstaw do wzoru na objętość walca $V = \pi \cdot R^2 \cdot H$.
Odpowiedź: $V = 972\pi$ cm^3.

10.3.8. Pole powierzchni bocznej walca $P_b = 2\pi RH$. Podstaw dane do tego wzoru, a otrzymasz zależność $16\pi R = 60\pi$. Stąd łatwo wyznaczysz promień podstawy walca.
Odpowiedź: $R = 3{,}75\pi$.

10.3.9. Obwód podstawy stożka to obwód koła o promieniu r, czyli $2\pi r = 10\pi$. Zatem $r = 5$.

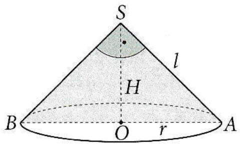
Objętość stożka dana wzorem $V = \frac{1}{3}\pi R^2 \cdot H$ jest równa $12{,}5\pi$.

Masz więc $\frac{25}{3}\pi \cdot H = 12{,}5\pi$. Wylicz H.

Odpowiedź: $H = 1{,}5$.

10.3.10. Dane $H = 12$ oraz $2R = 8$, czyli $R = 4$. Trzeba obliczyć $V = \pi r^2 \cdot H$.
Odpowiedź: $V = 192\pi$.

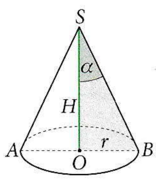
10.3.11. Jeżeli kąt BSA jest kątem prostym, to przekrój osiowy stożka jest trójkątem prostokątnym równoramiennym, skąd wynikają zależności: $H = r$ i $(2r)^2 = 2l^2$.



$4r^2 = 2l^2 \Rightarrow l^2 = 72 \Rightarrow l = 6\sqrt{2}$

Odpowiedź: $l = 6\sqrt{2}$.

10.3.12. $H = 3r$. Zastosuj twierdzenie Pitagorasa do trójkąta SOB, aby obliczyć długość tworzącej l.



$l^2 = H^2 + r^2 \Rightarrow l^2 = 10r^2 \Rightarrow l = r\sqrt{10}$, więc $\cos\alpha = \frac{H}{l}$.

Odpowiedź: $\cos\alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$.

10.3.13. Ułóż równani

Skoro $\pi \cdot r^2 = 27\pi$, wi

$\cos\alpha = \frac{r}{l} \Rightarrow \cos\alpha =$

Odpowiedź: 30°.

10.3.14. Rozważ dwa p
W obu przypadkach
obliczyć ją z twierdze

Jeżeli przyjmiesz $2r =$

to $\cos\alpha = \frac{7}{25}$.

Odpowiedź: $\frac{24}{25}$ lub 7

10.3.15. $H = 60$, $r = 11$.

gość d. $\cos\alpha = \frac{H}{d}$.

Odpowiedź: $\cos\alpha =$

10.3.16. Wprowadź ozn

Zauważ, że $\frac{d}{r} = \sin(9$

Odpowiedź: $d = 11$.

10.3.17. Z danych wyni
objętość walca $r = 15$ i
Odpowiedź: C.

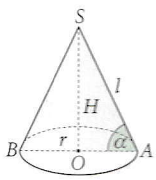
10.3.18.
Dane: $\alpha = 41°$ i $l = 10$.
Skorzystaj z definicji f

prostokątnym: $\frac{H}{l} =$ si

$\frac{r}{l} = \cos\alpha$, więc $r = 1$

odczytać wartości sinu

10.3.13. Ułóż równania, korzystając z zależności: $P_b = \pi rl$, $P_p = \pi \cdot r^2$.

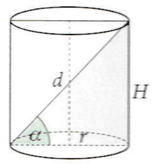


Skoro $\pi \cdot r^2 = 27\pi$, więc $r = 3\sqrt{3}$, zaś $\pi rl = 18\pi\sqrt{3}$, zatem $l = 6$.

$\cos\alpha = \dfrac{r}{l} \Rightarrow \cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Odpowiedź: 30°.

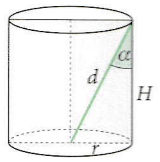
10.3.14. Rozważ dwa przypadki: $2r = 24$ i $H = 7$ lub $2r = 7$ i $H = 24$. W obu przypadkach długość przekątnej d jest taka sama. Możesz obliczyć ją z twierdzenia Pitagorasa. $d = 25$.



Jeżeli przyjmiesz $2r = 24$, to $\cos\alpha = \dfrac{24}{25}$, a jeżeli przyjmiesz $2r = 7$, to $\cos\alpha = \dfrac{7}{25}$.

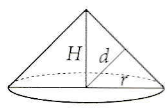
Odpowiedź: $\dfrac{24}{25}$ lub $\dfrac{7}{25}$.

10.3.15. $H = 60$, $r = 11$. Z twierdzenia Pitagorasa możesz obliczyć długość d. $\cos\alpha = \dfrac{H}{d}$.



Odpowiedź: $\cos\alpha = \dfrac{60}{61}$.

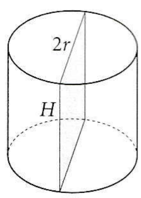
10.3.16. Wprowadź oznaczenia jak na rysunku.



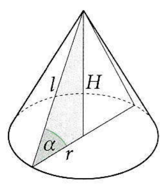
Zauważ, że $\dfrac{d}{r} = \sin(90° - 60°)$.

Odpowiedź: $d = 11$.

10.3.17. Z danych wynika, że $2r = 30$ oraz $H = 30$. Podstaw do wzoru na objętość walca $r = 15$ i $H = 30$.
Odpowiedź: C.



10.3.18.
Dane: $\alpha = 41°$ i $l = 10$.
Skorzystaj z definicji funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym: $\dfrac{H}{l} = \sin\alpha$, więc $H = 10 \cdot \sin 41°$.



$\dfrac{r}{l} = \cos\alpha$, więc $r = 10 \cdot \cos 41°$. Gdy skorzystasz z tablic trygonometrycznych, aby odczytać wartości sinusa i cosinusa danego kąta, otrzymasz $H \approx 6{,}56$ i $r \approx 7{,}55$.

$V \approx \frac{1}{3}\pi \cdot 7{,}55^2 \cdot 6{,}56 \Rightarrow V \approx 126{,}6\pi.$

Odpowiedź: C.

10.3.19. $4\pi R^2 = 9\pi \Rightarrow R^2 = \frac{9}{4}$, więc $R = 1{,}5$. Objętość kuli $V = \frac{4}{3}\pi \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 4{,}5\pi.$

Odpowiedź: B.

(

1
O

10
stc
wy
$4r^2$
Od

10.3.
oblic
$l^2 = l$

Odpo

Zestaw

1. Wysokość prosto
gość 45. Przekątna
A. 53;

2. W graniastosłupi
chylona do płaszczy
dzi tego graniastosł
A. $204\sqrt{2}$;

3. Długości krawędz
Pole przekroju płas
ścian bocznych ma
A. 25 220;

4. Długość krawędz
34, a długość przek
nachylenia krawędz
A. $\frac{\sqrt{161}}{17}$;

5. W prawidłowym
$32\sqrt{2}$, a kąt między
kość tego ostrosłupa
A. $\frac{32\sqrt{3}}{3}$;

6. Pole powierzchni
$48\sqrt{3}$. Miara kąta ści
sokość tego ostrosłu
A. $4\sqrt{2}$;

7. Kąt rozwarcia sto
na 33. Oblicz długoś
A. $l = 22\sqrt{3}$;