36, stąd $x = 18$.

nana równość jest praw-

w dół. Jest to więc wykres

3 w górę. Jest to wykres

o 2 jednostki w lewo. Jest

jednostki w prawo. Jest to

est równa 2. Stąd wynika,
$f(2) = 2$. Prawdziwe jest
więc $f(0) = 3 \cdot 0 - 6 = -6$.

ść z mianownika.
$= -14 + 7\sqrt{2}$.

c) $f\left(\sqrt{2}-1\right) = \dfrac{\left(\sqrt{2}-1\right)^2 - 16}{\sqrt{2}-1+2} =$

$= \dfrac{-13-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} =$

$= 9 - 11\sqrt{2}$

Przy podnoszeniu dwumianu do kwadratu skorzystaj z odpowiedniego wzoru skróconego mnożenia.

Odpowiedź: $f\left(\sqrt{2}-1\right) = 9 - 11\sqrt{2}$.

5.2. Funkcja liniowa

5.2.1. Napisz wzór funkcji liniowej $y = ax + b$, wiedząc, że:
a) $a = 3$, $b = -1$; b) $a = -3$, $b = 0$; c) $a = 0$, $b = 7{,}5$; d) $a = 0$, $b = 0$.

5.2.2. Napisz wzór funkcji liniowej $y = -2x + b$, wiedząc, że do jej wykresu należy punkt:
a) $A = (-2, 2)$; b) $A = (2, -5)$; c) $A = (0, 0)$; d) $A = (-3, 8)$.

5.2.3. Napisz wzór funkcji liniowej $y = ax + 3$, wiedząc, że do jej wykresu należy punkt:
a) $A = (-1, 1)$; b) $A = (3, -6)$; c) $A = (1, 0)$; d) $A = (-4, 11)$.

5.2.4. Narysuj wykres funkcji $y = 2x - 2$.

5.2.5. Narysuj wykres funkcji $y = -3x + 6$.

5.2.6. Narysuj wykres funkcji liniowej, która ma miejsce zerowe $x_0 = -5$, jeśli nachylony jest do osi OX pod kątem $135°$.

5.2.7. Funkcja liniowa $y = 0{,}5x - 2$ jest określona w przedziale $\langle -2, 3\rangle$. Narysuj jej wykres.

5.2.8. Wyznacz wzór funkcji liniowej o współczynniku kierunkowym $\dfrac{2}{3}$, której wykres przechodzi przez punkt $A = (3, -4)$.

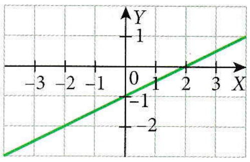
5.2.9. Znajdź wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez pierwszą, drugą i trzecią ćwiartkę układu współrzędnych.

5.2.10. Funkcja f dana jest wzorem $f(x) = -2x - 8$. Które zdanie jest nieprawdziwe?
A. Miejscem zerowym funkcji jest liczba (-4).
B. Do wykresu funkcji należy punkt $A = (-3, -2)$.
C. Funkcja f jest rosnąca.
D. Wykres funkcji przecina oś y w punkcie $(0, -8)$.

5.2.11. Do wykresu funkcji $y = ax + b$ należą punkty $A = (-2, 3)$ i $B = (2, 1)$. Wynika stąd, że:
A. $a = 2, b = 2$; B. $a = -2, b = 2$; C. $a = -\frac{1}{2}, b = 2$; D. $a = \frac{1}{2}, b = -2$.

5.2.12. Jaki wzór ma funkcja liniowa, której wykres przechodzi przez punkty $(0, -6)$ i $(12, 0)$?

5.2.13. Napisz wzór funkcji liniowej, mając dany jej wykres.



5.2.14. Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres tworzy z dodatnią półosią osi OX kąt $45°$ i przecina oś OY w punkcie o rzędnej $b = -6$.

5.2.15. Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres jest nachylony do osi OX pod kątem $30°$ i przechodzi przez punkt $A = (3\sqrt{3}, 3)$.

5.2.16. Dwa statki wypłynęły z portu o tej samej godzinie w kierunkach prostopadłych. Jeden z nich płynął z prędkością 9 węzłów, a drugi z prędkością 12 węzłów. Wyraź odległość, w jakiej znajdują się statki od siebie, jako funkcję czasu t (liczby godzin), jaki upłynął od wypłynięcia z portu.

5.2.17. Ślimak porusza się z prędkością 0,003 m/s. Jaka jest zależność między drogą S, którą pokonuje ślimak, i czasem t jej przebycia?

5.2.18. Rowerzysta przejechał pewien dystans w czasie 60 minut. Jeżeli będzie jechał z prędkością o 50% mniejszą, to ten sam dystans pokona w czasie:
A. 90 minut; B. 60 minut; C. 120 minut; D. 30 minut.

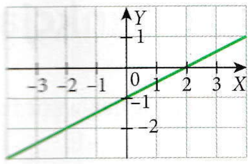
5.2.19. Ciocia Genia zaniosła do drewutni 3 m^3 drewna na zimę. Codziennie zanosiła 0,15 m^3 drewna. Zapisz wzór funkcji wyrażający zależność między ilością drewna w drewutni (d) i liczbą dni (x). Na zimę Ciocia Genia potrzebuje 12 m^3. Ile dni zajmie jej zaniesienie drewna do drewutni?

nie jest nieprawdziwe?

2, 3) i $B = (2, 1)$. Wynika

D. $a = \frac{1}{2}$, $b = -2$.

dzi przez punkty $(0, -6)$



dodatnią półosią osi OX

chylony do osi OX pod

e w kierunkach prosto-
z prędkością 12 węzłów.
funkcję czasu t (liczby

zależność między drogą

inut. Jeżeli będzie jechał
czasie:
D. 30 minut.

imę. Codziennie zanosi-
ć między ilością drewna
buje 12 m^3. Ile dni zajmie

5.2.20. Turysta płynął kajakiem od godziny 7^{00} do 11^{00} ze średnią prędkością 6 km/h. Napisz wzór funkcji opisującej drogę turysty w zależności od czasu t, w którym ją pokonywał. Ile kilometrów przepłynął w tym czasie?

5.2.21. Każdy metr pręta stalowego wydłuża się o $1{,}7 \cdot 10^{-5}$ m na każdy stopień, o który został ogrzany. Pręt w temperaturze 20°C ma długość 3 m. Zapisz wzór funkcji opisującej długość pręta w zależności od temperatury. Jaką długość będzie miał pręt stalowy ogrzany do 200 stopni?

5.2.22. Energię kinetyczna elektronu wybitego z cezu oświetlonego światłem o częstotliwości f, można obliczyć ze wzoru $E_k(f) = h \cdot f - W$, gdzie h to pewna stała, a W to praca wyjścia elektronu dla cezu. Wiadomo, że przy częstotliwości światła równej $f_1 = 6 \cdot 10^{14} \frac{1}{s}$ elektron mógł uzyskać energię $E_{k1} = 1{,}078 \cdot 10^{-19}$ J, a przy częstotliwości światła $f_2 = 5 \cdot 10^{14} \frac{1}{s}$ – energię $E_{k2} = 4{,}15 \cdot 10^{-20}$ J. Wyznacz h i W. Napisz wzór funkcji przedstawiającej zależność energii kinetycznej, którą może uzyskać elektron wybity z cezu od częstotliwości światła wywołującego ten efekt.

5.2.23. Motocykl KTM spala średnio 6,3 litra benzyny na 100 km. Przedstaw wzorem zależność między ilością P benzyny w zbiorniku a liczbą x przejechanych kilometrów, jeśli w zbiorniku mieści się 19 litrów benzyny, zbiornik napełniono całkowicie i nie uzupełniano zapasu paliwa aż do jego całkowitego wyczerpania. Ile benzyny pozostanie w zbiorniku po przejechaniu drogi z Augustowa do Białegostoku (86 km)?

5.2.24. Stała miesięczna opłata za energię elektryczną wynosi 7,74 zł. Za zużycie energii elektrycznej naliczana jest opłata 0,2182 zł za 1 kWh. Wyraź wysokość miesięcznej opłaty y za zużycie energii elektrycznej jako funkcję x mierzonego w kWh. Jaką kwotę trzeba będzie zapłacić za zużycie 795 kWh?

5.2.25. Funkcja liniowa jest dana wzorem $f(x) = (7 - 2m)x + 4$. Wyznacz liczbę m, przy której funkcja dla $x = 4$ przyjmuje wartość 8.

5.2.26. Funkcja liniowa f jest opisana wzorem $f(x) = (12 - 3p)x - 9$. Wyznacz liczbę p, dla której funkcja f jest malejąca.

5.2.27. Punkt $A = (1, 5)$ leży na wykresie funkcji liniowej $f(x) = (2m + 3)x + m - 1$. Wyznacz liczbę m.

5.2.28. Wykaż, że funkcja $y = \pi x + 2$ jest rosnąca.

5.2.29. Funkcja $f(x) = (k - 16)x + 2$ jest rosnąca, gdy:
A. $k \in (16, \infty)$; B. $k \in (-\infty, -16)$; C. $k < -4$ lub $k > 4$; D. $-4 < k < 4$.

5.2.30. Wykres funkcji liniowej jest równoległy do wykresu funkcji $y = -2x + 4$ i ma miejsce zerowe $x_0 = 6$. Napisz jej wzór.

5.2.31. Prosta o równaniu $y = (2k - 1)x + 12$ jest równoległa do prostej o równaniu $y = -2x + 7$. Wyznacz k.

5.2.32. Napisz wzór funkcji liniowej, której wykres jest prostopadły do wykresu funkcji $f(x) = 2x + 7$ i przechodzi przez punkt $P(-8, 2)$.

Wskazówki. Rozwiązania. Odpowiedzi

5.2.1. Podstaw wartości współczynników a i b do podanego wzoru $y = ax + b$:
a) $y = 3x - 1$; b) $y = -3x$; c) $y = 7{,}5$; d) $y = 0$.

5.2.2. Podstaw do wzoru $y = -2x + b$ za x odciętą punktu A, a za y – rzędną punktu A.

a) $2 = -2 \cdot (-2) + b$	b) $-5 = -2 \cdot 2 + b$	c) $0 = -2 \cdot 0 + b$	d) $8 = -2 \cdot (-3) + b$
$-2 = b$	$-1 = b$	$0 = b$	$2 = b$
$y = -2x - 2$	$y = -2x - 1$	$y = -2x$	$y = -2x + 2$

5.2.3. Podstaw do wzoru $y = ax + 3$, za x odciętą punktu A, a za y – rzędną punktu A.

a) $1 = a \cdot (-1) + 3$	b) $-6 = a \cdot 3 + 3$	c) $0 = a \cdot 1 + 3$	d) $11 = a \cdot (-4) + 3$
$a = 2$	$a = -3$	$a = -3$	$a = -2$
$y = 2x + 3$	$y = -3x + 3$	$y = -3x + 3$	$y = -2x + 3$

5.2.4. Wykresem funkcji $y = 2x - 2$ jest prosta. Każdą prostą wyznaczają w sposób jednoznaczny dwa różne punkty. Znajdź dwa różne punkty należące do wykresu tej funkcji. Za x podstaw jakąś liczbę, np. 0 i oblicz $y = 2 \cdot 0 - 2 = -2$.
Dla $x = 2$, $y = 2 \cdot 2 - 2 = 2$. Zaznacz punkty $(0, -2)$ i $(2, 2)$ w układzie współrzędnych i poprowadź przez nie prostą.

5.2.5. Sporządź tabelkę:

x	0	2
$y = -3x + 6$	6	0

Zaznacz punkty w ukł
przez nie prostą.

5.2.6. Wzór tej funkcji to
i $5 + b = 0$, czyli $b = -5$.
Wykresa przechodzi prze

5.2.7. Oblicz wartości fun
Zaznacz punkty $(-2; -3$
nych. Wykresem funkcji
te punkty.

5.2.8. Do wzoru $y = \frac{2}{3}x +$

Odpowiedź: $y = \frac{2}{3}x - 6$.

5.2.9. Jeżeli wykres funkcj
kę, to jej wzór ma na pew
Odpowiedź: Na przykład

5.2.10.
A. Miejscem zerowym te
B. $-2(-3) - 8 = 6 - 8 = -$
C. $a = -2 < 0$, więc funkc
D. $-2 \cdot 0 - 8 = -8$
Odpowiedź: Nieprawdziw

4; D. $-4 < k < 4$.

funkcji $y = -2x + 4$ i ma

a do prostej o równaniu

rostopadły do wykresu

zi

zoru $y = ax + b$:
d) $y = 0$.

za y – rzędną punktu A.
d) $8 = -2 \cdot (-3) + b$
$2 = b$
$y = -2x + 2$

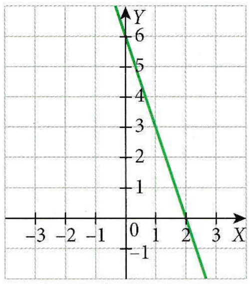
za y – rzędną punktu A.
d) $11 = a \cdot (-4) + 3$
$a = -2$
$y = -2x + 3$

tą wyznaczają w sposób
należące do wykresu tej
$= -2$.
układzie współrzędnych

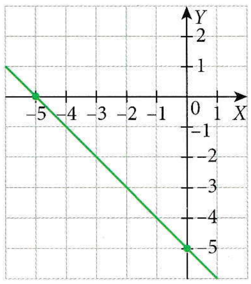
5.2.5. Sporządź tabelkę:

x	0	2
$y = -3x + 6$	6	0

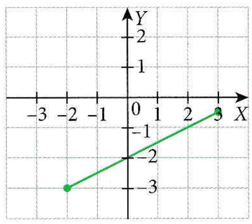
Zaznacz punkty w układzie współrzędnych i poprowadź przez nie prostą.



5.2.6. Wzór tej funkcji to $y = ax + b$, gdzie $a = \text{tg}\,135° = -1$ i $5 + b = 0$, czyli $b = -5$.
Wykres przechodzi przez punkty $(-5, 0)$ i $(0, -5)$.



5.2.7. Oblicz wartości funkcji dla $x = -2$ oraz $x = 3$.
Zaznacz punkty $(-2; -3)$ i $(3; 0{,}5)$ w układzie współrzędnych. Wykresem funkcji będzie odcinek wyznaczony przez te punkty.



5.2.8. Do wzoru $y = \frac{2}{3}x + b$ podstaw w miejsce x i y współrzędne punktu A.

Odpowiedź: $y = \frac{2}{3}x - 6$.

5.2.9. Jeżeli wykres funkcji liniowej przechodzi przez pierwszą, drugą i trzecią ćwiartkę, to jej wzór ma na pewno postać $y = ax + b$, gdzie $a > 0$ i $b > 0$.
Odpowiedź: Na przykład $y = 3x + 1$.

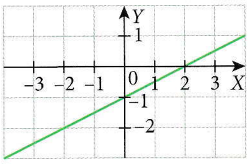
5.2.10.
A. Miejscem zerowym tej funkcji jest liczba (-4).
B. $-2(-3) - 8 = 6 - 8 = -2$
C. $a = -2 < 0$, więc funkcja jest malejąca.
D. $-2 \cdot 0 - 8 = -8$
Odpowiedź: Nieprawdziwe jest C.

5.2.11. Oblicz $a = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \Rightarrow a = -\dfrac{1}{2}$. Teraz już nie musisz obliczać b, prawdziwa jest odpowiedź C.

5.2.12. Do wzoru $y = ax + b$ podstaw współrzędne obu punktów należących do wykresu funkcji i rozwiąż otrzymany układ równań.

Odpowiedź: $y = \dfrac{1}{2}x - 6$.

5.2.13. Zauważ, że wykres przechodzi przez punkty o współrzędnych $(0, -1)$ i $(2, 0)$. Podstaw współrzędne tych punktów za x i y do wzoru $y = ax + b$ i rozwiąż otrzymany układ równań.
Odpowiedź: $y = 0{,}5x - 1$.

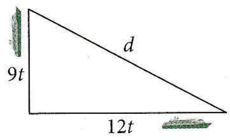


5.2.14. We wzorze $y = ax + b$ litera a oznacza współczynnik kierunkowy, który jest równy tangensowi nachylenia prostej do osi OX. tg 45° = 1, zatem wzór funkcji przyjmuje postać $y = x - 6$.

5.2.15. Do wzoru $y = ax + b$ podstaw $a = \text{tg } 30°$ (przy czym $\text{tg } 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$). Za x i y podstaw współrzędne punktu A i wylicz b.

Odpowiedź: $y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x$.

5.2.16. Statki płynęły w kierunkach prostopadłych. Po t godzinach jeden przebył drogę $9t$, a drugi $12t$. Aby wyznaczyć, w jakiej są odległości od siebie, zastosuj twierdzenie Pitagorasa.
Odpowiedź: $d(t) = 15\,t$.



5.2.17. Odpowiedź: $S(t) = 0{,}003\,t$.

5.2.18. Prędkość o 50% mniejsza oznacza, że na pokonanie tego samego dystansu potrzeba dwa razy więcej czasu.
Odpowiedź: C.

5.2.19. Do wykresu funkcji należą punkty $(0; 3)$ i $(1; 3{,}15)$.
Podstaw współrzędne do wzoru $y = ax + b$.
Odpowiedź: $y = 0{,}15x + 3$. Na zaniesienie wystarczającej ilości drewna do drewutni Ciocia Genia potrzebuje 60 dni.

5.2.20. We wzorze $S = vt$ (przedstawiającym zależność drogi od czasu w ruchu jednostajnym prostoliniowym) prędkość v jest współczynnikiem kierunkowym prostej, która jest wykresem tej funkcji liniowej.
Odpowiedź: $S(t) = 6t$. W czasie 4 godzin turysta przebył drogę $S = 24$ km.

5.2.21. $L(T) = 3 + 1{,}7 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot T$.
$L(T) = 3 + 5{,}1 \cdot 10^{-5}\, T$
Odpowiedź: Pręt wydłuży się do 3,00918 m.

5.2.22. Podstaw $6 \cdot 10^{14}$ za f i $1{,}078 \cdot 10^{-19}$ za $E_k(f)$ do wzoru $E_k(f) = h \cdot f - W$.
Otrzymasz $6 \cdot 10^{14} \cdot h - W = 1{,}078 \cdot 10^{-19}$.
Drugie równanie otrzymasz, podstawiając $5 \cdot 10^{14}$ za f i $4{,}15 \cdot 10^{-20}$ za $E_k(f)$.
$5 \cdot 10^{14} \cdot h - W = 4{,}15 \cdot 10^{-20}$. Rozwiąż otrzymany układ równań.

$\begin{cases} 6 \cdot 10^{14} h - W = 1{,}078 \cdot 10^{-19} \\ -5 \cdot 10^{14} h + W = -4{,}15 \cdot 10^{-20} \end{cases}$	Dodaj równania stronami.
$10^{14} h = 6{,}63 \cdot 10^{-20} \quad /: 10^{14}$ $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$	Wykorzystaj wzór $a^m : a^n = a^{m-n}$. Podstaw do pierwszego równania z wzorów i wylicz W.
$6 \cdot 6{,}63 \cdot 10^{14} \cdot 10^{-34} - W = 1{,}078 \cdot 10^{-19}$ $3{,}978 \cdot 10^{-19} - 1{,}078 \cdot 10^{-19} = W$ $W = 2{,}9 \cdot 10^{-19}$	Wykonaj jeszcze rachunek na jednostkach.

Odpowiedź: $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ J $\cdot$ s i $W = 2{,}9 \cdot 10^{-19}$ J. $E_k(f) = 6{,}63 \cdot 10^{-34} f - 2{,}9 \cdot 10^{-19}$.

5.2.23. Zależność możesz przestawić w postaci funkcji liniowej $P(x) = -0{,}063x + 19$.
Odpowiedź: Po przejechaniu 86 km w zbiorniku pozostanie 13,58 litra benzyny.

5.2.24. $y = 0{,}2182x + 7{,}74$. Rachunek wyniesie: $7{,}74 + 0{,}2182 \cdot 795 = 181{,}20$ (zł).
Odpowiedź: Trzeba będzie zapłacić 181 zł i 20 gr.

5.2.25. Podstaw za x liczbę 4, a za $f(x)$ liczbę 8 i oblicz m.
$8 = (7 - 2m) \cdot 4 + 4 \Rightarrow m = 3$.

5.2.26. Funkcja liniowa $y = ax + b$ jest malejąca, gdy jej współczynnik kierunkowy jest ujemny. W tym przypadku współczynnik kierunkowy a jest równy $12 - 3p$. Zatem musi być spełniona nierówność $12 - 3p < 0$.
Po jej rozwiązaniu otrzymujemy $p > 4$.
Odpowiedź: Funkcja f jest malejąca dla każdej liczby p większej od 4.

5.2.27. Podstaw współrzędne punktu A do wzoru funkcji. Otrzymasz równanie z niewiadomą m.
Odpowiedź: $m = 1$.

5.2.28.

$y_1 - y_2 =$
$= \pi x_1 + 2 - (\pi x_2 + 2) =$
$= \pi x_1 + 2 - \pi x_2 - 2 =$
$= \pi x_1 - \pi x_2 = \pi(x_1 - x_2)$

Funkcja $y = f(x)$ jest rosnąca w pewnym zbiorze, jeżeli dla dowolnych x_1 i x_2 z tego zbioru z faktu, że $x_1 < x_2$, wynika nierówność $f(x_1) < f(x_2)$.
Weź dowolne $x_1 < x_2$. Zatem $x_1 - x_2 < 0$.
Oblicz $y_1 - y_2$.
$\pi(x_1 - x_2) < 0$. Stąd wynika, że $y_1 - y_2 < 0$, tzn. $y_1 < y_2$.
Oznacza to, że funkcja jest rosnąca w swej dziedzinie.

5.2.29. Funkcja liniowa jest rosnąca, gdy jej współczynnik kierunkowy jest dodatni. W tym przypadku $k - 16 > 0$, gdy $k > 16$.
Odpowiedź: A.

5.2.30. Współczynnik kierunkowy szukanej prostej jest równy -2, więc wzór ma postać $y = -2x + b$, gdzie b możesz wyznaczyć, korzystając z faktu, że 6 jest miejscem zerowym funkcji. Zatem: $0 = -2 \cdot 6 + b \Rightarrow b = 12$.
Odpowiedź: $y = -2x + 12$.

5.2.31. Współczynnik kierunkowy prostej równoległej do prostej $y = -2x + 7$ jest równy -2. Stąd wynika, że $2k - 1 = -2$, czyli $k = \frac{-1}{2}$.

Odpowiedź: $k = \frac{-1}{2}$.

5.2.32.

$a_1 = \frac{-1}{2}$

$2 = \frac{-1}{2}(-8) + b$

$2 - 4 = b$
$b = -2$

Współczynnik kierunkowy prostej będącej wykresem funkcji f jest równy $a = 2$. Współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej jest równy $a_1 = -\frac{1}{a}$. Każdą funkcję liniową, której wykres jest prostopadły do wykresu funkcji f, można przedstawić wzorem: $y = \frac{-1}{2}x + b$. Podstaw współrzędne punktu P za x i y, a następnie oblicz wartość b.

Odpowiedź: $y = \frac{-1}{2}x - 2$.

5.3. Funkcja

5.3.1. Narysuj wykres

5.3.2. Naszkicuj wykr
argumentów, dla który

5.3.3. Napisz wzór fun
punkt:
a) $A = (-2, 26)$; b)

5.3.4. Napisz wzór fu
należy punkt:
a) $A = (-2, -16)$; b)

5.3.5. Dla jakich x wy

5.3.6. Mniejszą z dwóc
jest liczba:
A. -4; B.

5.3.7 Dana jest funkc
-20?

5.3.8. Wyznacz wszyst
muje wartości dodatni

5.3.9. Wykorzystaj wy
ustalenia zbioru warto

5.3.10. Narysuj wykre

5.3.11. Wyznacz wzó
$A = (1, -2)$.