

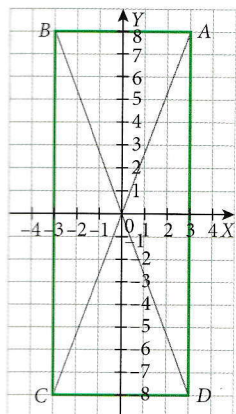
na taką samą odciętą

$(-2, 7);$
 $(-6, -4);$
 $(0, 5).$

tu $(0, 0)$ są liczbami

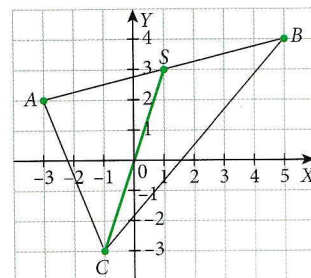
$= -9$

u układu współrzęd-
 netryczny do punktu
 $-y.$



9.1.27. Zaczynij od wyznaczenia współrzędnych środka S odcinka AB : $S = (1, 3)$. Punkt C jest symetryczny do S względem początku układu współrzędnych, więc jego współrzędne są liczbami przeciwnymi do współrzędnych punktu S : $C = (-1, -3)$. Wystarczy obliczyć długość $|SC|$.

Odpowiedź: $C = (-1, -3)$; $|SC| = 2\sqrt{10}$.



9.1.28. Odpowiedź: a) E i F ; G i H ; P i R ; b) A i B ; M i N ; S i T ; c) C i D ; J i K ; P i R ; S i T .

9.2. Proste w układzie współrzędnych

9.2.1. Sprawdź, czy punkt $P = (3, 7)$ należy do prostej o równaniu:

a) $y = 2x + 1$; b) $y = -\frac{1}{3}x - 5$; c) $y = \frac{1}{3}x + 6$; d) $y = -3x + 16$; e) $y = -2x + 14$.

9.2.2. Prosta ma równanie: $5x + 7y + 13 = 0$. Jej współczynnik kierunkowy jest równy:

A. $a = 5$; B. $a = -\frac{5}{7}$; C. $a = -7$; D. $a = \frac{13}{5}$.

9.2.3. Podaj współczynnik kierunkowy prostej równoległej do prostej o równaniu:

a) $y = 4x - 1$; b) $y = 3x - 2$; c) $y = 1,1x + 3$; d) $y = \frac{2}{3}x + 9$; e) $y = -5x + 4$.

9.2.4. Punkt $P = (-1, 5)$ należy do prostej $y = ax + b$. Wyznacz b , jeśli:

a) $y = 0,1x + b$; b) $y = 7x + b$; c) $y = 2\sqrt{3}x + b$; d) $y = -4,2x + b$.

9.2.5. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkty $A = (-2, 1)$ i $B = (1, 4)$.

9.2.6. Jakie równanie ma prosta AB , gdy:

a) $A = (-3, 1), B = (-3, 17)$;

b) $A = (5, 15), B = (5, \sqrt{2})$;

c) $A = \left(2, \frac{1}{4}\right), B = \left(-4, \frac{1}{4}\right)$;

d) $A = (-\sqrt{2}, 0), B = (4\sqrt{2}, 0)$;

e) $A = (1, -18), B = (1, 13)$;

f) $A = (0, 3), B = \left(0, \frac{1}{4}\right)$?

9.2.7. Do prostej $y = ax + b$ należą punkty $A = (0, 6)$ i $B = (4, 10)$. Wynika stąd, że:

A. $a = 2, b = 6$; B. $a = 2, b = 2$; C. $a = 1, b = 6$; D. $a = -1, b = -6$.

9.2.8. Punkt $A = (3a - 5, 5a)$ należy do prostej o równaniu $y = -2x + 1$. Wynika stąd, że:

A. $a = -1$; B. $a = -2$; C. $a = 2$; D. $a = 1$.

9.2.9. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkty $A = (-4, 1)$ i $B = (3, 1)$.

9.2.10. Napisz równanie prostej przechodzącej przez punkty $A = (3, -2)$ i $B = (3, 4)$.

9.2.11. Punkty $A = (-3, 1), B = (1, -3)$ i $C = (2, 3)$ są wierzchołkami trójkąta ABC . Napisz równanie prostej zawierającej środkową tego trójkąta poprowadzoną z wierzchołka C .

9.2.12. Równania $y = 5x + 11$ i $-2,5x + 0,5y + 8 = 0$ opisują:

- A. proste prostopadłe; B. proste równoległe;
C. tę samą prostą; D. proste przecinające się pod kątem innym niż kąt prosty.

9.2.13. Proste o równaniach $1,8x - 0,6y - 2,4 = 0$ i $y = -3x + 4$:

- A. są prostopadłe; B. pokrywają się;
C. przecinają się, ale nie są prostopadłe; D. są równoległe i różne.

9.2.14. Proste $y = (5m - 7)x - 4$ i $y = (m^2 - 3m)x + 13$ są równoległe. Wyznacz m .

9.2.15. Wskaż parę prostych prostopadłych.

A. $y = -3x$ i $y = -\frac{1}{3}x$;

B. $y = 5x - 2$ i $y = -5x + 2$;

C. $y = 7x + \frac{1}{2}$ i $y = 7x - 2$;

D. $y = 4x$ i $y = -\frac{1}{4}x + 4$.

9.2.16. Prosta równoległa

$P = \left(\frac{2}{5}, 2\right)$ ma równanie

A. $y = -5x + 4$; B.

9.2.17. Podaj współczynniki

$y = ax + b$, jeśli:

a) $a = 2$; b)

9.2.18. Podaj współczynniki

a) $y = 5x - 4$; b) $y = -$

9.2.19. Wyznacz liczniki

i $y = (c - 1)x + 4$ są proste

9.2.20. Dana jest prosta

ną z prawdą:

A. prosta $y = (5 + 2\sqrt{3})x - 1$

B. prosta $y = (2\sqrt{6} - 3)x + 4$

C. prosta $y = -(5 + 2\sqrt{3})x + 1$

D. prosta $y = (5 + 2\sqrt{3})x + 1$

9.2.21. Dla jakiego m proste

równoległe?

9.2.22. Która z poniższych

$y = -\frac{3}{4}x - 5$?

A. $4y + \frac{3}{4}x - 1 = 0$;

C. $4x + 3y - 6 = 0$;

9.2.16. Prosta równoległa do prostej $y = -5x + 9$ przechodząca przez punkt

$P = \left(\frac{2}{5}, 2\right)$ ma równanie:

- A. $y = -5x + 4$; B. $y = 5x$; C. $y = -5x - 2$; D. $y = \frac{1}{5}x + \frac{48}{25}$.

9.2.17. Podaj współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej o równaniu $y = ax + b$, jeśli:

- a) $a = 2$; b) $a = \frac{3}{2}$; c) $a = -3\frac{1}{2}$; d) $a = 0,2$.

9.2.18. Podaj współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej o równaniu:

- a) $y = 5x - 4$; b) $y = \frac{7}{5}x - 2$; c) $y = 0,3x + 5$; d) $y = \frac{1}{3}x + 12$; e) $y = -2x + 3$.

9.2.19. Wyznacz liczbę c , dla której proste o równaniach $y = \frac{c+1}{2c}x + 18$

i $y = (c-1)x + 4$ są prostopadłe.

9.2.20. Dana jest prosta l o równaniu $y = (5 - 2\sqrt{6})x - 6$. Wybierz odpowiedź zgodną z prawdą:

- A. prosta $y = (5 + 2\sqrt{6})x - 6$ jest równoległa do prostej l ;
 B. prosta $y = (2\sqrt{6} - 5)x - 6$ jest równoległa do prostej l ;
 C. prosta $y = -(5 + 2\sqrt{6})x - 6$ jest prostopadła do prostej l ;
 D. prosta $y = (5 + 2\sqrt{6})x - 6$ jest prostopadła do prostej l .

9.2.21. Dla jakiego m proste o równaniach $y = \frac{m-m^2}{2m-1}x + 11$ i $y = (m-1)x + 3$ są

równoległe?

9.2.22. Która z poniższych prostych jest równoległa do prostej l o równaniu:

$$y = -\frac{3}{4}x - 5?$$

A. $4y + \frac{3}{4}x - 1 = 0$;

B. $y = \frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$;

C. $4x + 3y - 6 = 0$;

D. $3x + 4y + 5 = 0$.

9.2.23. Równanie prostej równoległej do prostej $y = -3x + 7$ przechodzącej przez punkt $P = (-4, -10)$ ma postać:

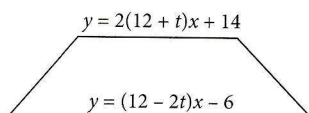
- A. $y = -3x + 2$; B. $y = 3x + 8$; C. $y = -3x - 22$; D. $y = \frac{1}{3}x - 8\frac{2}{3}$.

9.2.24. Napisz równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $y = 5x - 7$ przechodzącej przez punkt $A = (1, 2)$.

9.2.25. Współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej do prostej o równaniu $2x - 8y + 17 = 0$ jest równy:

- A. 4; B. $\frac{1}{4}$; C. $-\frac{1}{4}$; D. -4.

9.2.26. Wyznacz t , jeżeli czworokąt na rysunku jest trapezem.



9.2.27. Dla jakiego t prosta o równaniu $y = \frac{1}{t-7}x + 8$ jest prostopadła do prostej $y = (t+3)x - 9$?

9.2.28. Napisz równanie symetralnej odcinka AB , gdy $A = (-3, 4)$ i $B = (1, 6)$.

9.2.29. Napisz równanie prostej równoległej do prostej $y = -2x + 3$ przechodzącej przez punkt $A(2, 5)$.

9.2.30. Napisz równanie prostej prostopadłej do prostej $y = 3x$ przechodzącej przez punkt $A(-3, 8)$.

9.2.31. Wyznacz współrzędne punktu przecięcia prostych o równaniach: $x + y = 1$, $3x - 2y - 8 = 0$.

9.2.32. Proste o równaniach $y = 3x + 5$ i $7x - 2y + 12 = 0$ przecinają się w punkcie należącym do paraboli:

- A. $y = x^2 - 3$; B. $y = -x^2 - 3$; C. $y = x^2 - 5$; D. $y = -x^2 + 5$.

9.2.33. Proste o równaniach $y = (a - 3)x + 2$ i $y = 3x - (b - 7)$ przecinają się w punkcie $A = (-2, 4)$. Wyznacz a i b .

9.2.34. Boki trójkąta $x + 4y + 10 = 0$ oraz $x + 4y + 10 = 0$ oraz $x + 4y + 10 = 0$. Znajdź współrzędne w

9.2.35. Prosta o równaniu $x + 4y + 10 = 0$ i odciętej 5. Wyznacz

9.2.36. Wyznacz wskaźnik kierunkowy prostej $A = (2, 0)$ i $B = (-2, 6)$ i do symetralnej boku

9.2.37. Proste o równaniu $x + 4y + 10 = 0$ i odciętej 5. Oblicz pole trójkąta ut

9.2.1 Podstaw współrzędne punktu A i sprawdź, czy otrzymana

a) $2 \cdot 3 + 1 = 7$, więc p

b) $-\frac{1}{3} \cdot 3 - 5 = -6 \neq 7$,

$$y = -\frac{1}{3}x - 5.$$

c) $\frac{1}{3} \cdot 3 + 6 = 7$, więc p

d) $-3 \cdot 3 + 16 = 7$, więc

e) $-2 \cdot 3 + 14 = 8 \neq 7$, więc $y = -2x + 14$.

9.2.2. Wylicz y z danego

$$y = \frac{-5}{7}x - \frac{13}{7}$$

Odpowiedź: B.

9.2.34. Boki trójkąta zawierają się w prostych o równaniach: $5x - 3y + 4 = 0$,
 $x + 4y + 10 = 0$ oraz $6x + y - 9 = 0$.
 Znajdź współrzędne wierzchołków tego trójkąta.

9.2.35. Prosta o równaniu $3x + 4y - 19 = 0$ przecina prostą $y = ax + 6$ w punkcie A o odciętej 5. Wyznacz a i rzędną punktu A .

9.2.36. Wyznacz współrzędne wierzchołka C trójkąta o danych wierzchołkach $A = (2, 0)$ i $B = (-2, 6)$, wiedząc, że należy on do prostej o równaniu $x + 4y - 1 = 0$ i do symetralnej boku AB .

9.2.37. Proste o równaniach $3x + 2y - 4 = 0$ i $y = x + 7$ przecinają się w punkcie A .
 Oblicz pole trójkąta utworzonego przez te proste i oś OX .

Wskazówki. Rozwiązania. Odpowiedzi

9.2.1 Podstaw współrzędne punktu P do równania każdej z podanych prostych i sprawdź, czy otrzymane stwierdzenie jest prawdziwe.

a) $2 \cdot 3 + 1 = 7$, więc punkt $P = (3, 7)$ należy do prostej o równaniu $y = 2x + 1$.

b) $-\frac{1}{3} \cdot 3 - 5 = -6 \neq 7$, więc punkt $P = (3, 7)$ nie należy do prostej o równaniu

$$y = -\frac{1}{3}x - 5.$$

c) $\frac{1}{3} \cdot 3 + 6 = 7$, więc punkt $P = (3, 7)$ należy do prostej o równaniu $y = \frac{1}{3}x + 6$.

d) $-3 \cdot 3 + 16 = 7$, więc punkt $P = (3, 7)$ należy do prostej o równaniu $y = -3x + 16$.

e) $-2 \cdot 3 + 14 = 8 \neq 7$, więc punkt $P = (3, 7)$ nie należy do prostej o równaniu
 $y = -2x + 14$.

9.2.2. Wylicz y z danego równania: $7y = -5x - 13 \quad /: (-7)$.

$$y = \frac{-5}{7}x - \frac{13}{7}$$

Odpowiedź: B.

9.2.3. Współczynnik kierunkowy prostej równoległej do danej jest taki sam jak współczynnik kierunkowy danej prostej.

Odpowiedzi:

a) $a = 4$; b) $a = 3$; c) $a = 1,1$; d) $a = \frac{2}{3}$; e) $a = -5$.

9.2.4. Podstaw do równania prostej za x – pierwszą współrzędną, a za y – drugą współrzędną punktu P .

a) $5 = -0,1 + b \Rightarrow b = 5,1$; b) $5 = -7 + b \Rightarrow b = 12$;

c) $5 = -2\sqrt{3} + b \Rightarrow b = 5 + 2\sqrt{3}$; d) $5 = 4,2 + b \Rightarrow b = 0,8$.

9.2.5.

I sposób:

Do równania w postaci kierunkowej $y = ax + b$ podstaw współrzędne punktów A i B w miejsce x i y .

$1 = -2a + b$ oraz $4 = a + b$.

Rozwiąż otrzymany układ równań:
$$\begin{cases} -2a + b = 1 \\ a + b = 4 \end{cases}$$

Jeśli od drugiego równania stronami odejmiesz pierwsze, to otrzymasz równanie: $3a = 3$, z którego wyznaczysz $a = 1$.

Teraz z dowolnego z równań możesz obliczyć $b = 3$.

Odpowiedź: $y = x + 3$.

II sposób:

Oblicz współczynnik kierunkowy ze wzoru $a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

$$a = \frac{4 - 1}{1 - (-2)} = 1$$

Podstaw współrzędne jednego z punktów (np. B) za x i y do równania $y = x + b$, aby obliczyć $b = 3$.

III sposób:

Podstaw współrzędne punktów A i B do wzoru na równanie prostej przechodzącej przez dwa punkty:

$$(y - y_1) = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)}(x - x_1) \quad \text{lub} \quad (y - y_1)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x - x_1) = 0.$$

$A = (-2, 1)$ i $B = (1, 4)$

$(y - 1)(1 - (-2)) - (4 - 1)(x - (-2)) = 0$

$3(y - 1) - 3(x + 2) = 0 \quad /: (-3)$

$-y + 1 + x + 2 = 0$

Odpowiedź: $x - y + 3 = 0$.

9.2.6. We wszystkich prostej kową rzędną. Jeżeli dw...
niane szukanej proste...
osi OX , która nie ma...
dana prosta, mają tak...
 $y = b$ lub $y - b = 0$.

Odpowiedź: a) $x = -3$

9.2.7. W tym przypad...
równanie prostej. Jeśli...
otrzymasz $b = 6$. A wi...
Sprawdź: $2 \cdot 4 + 6 = 10$
 $1 \cdot 4 + 6 = 10$, a więc c...

9.2.8. Podstaw współrz...
równanie z niewiadom...
Odpowiedź: D.

9.2.9.

I sposób:

Zauważ, że oba punkt...

II sposób:

Równanie prostej AB

$(y - y_1)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x - x_1) = 0$

W tym wypadku $(y - 1)(1 - (-2)) - (4 - 1)(x - (-2)) = 0$

$3(y - 1) - 3(x + 2) = 0$

Odpowiedź: $y - 1 = 0$.

9.2.10.

I sposób:

W tym przypadku ob...

II sposób:

Podstaw współrzędne

$(y - y_1)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x - x_1) = 0$

Odpowiedź: $x - 3 = 0$.

9.2.11. Szukana prosta

boku AB . Wyznacz

ka AB . $S_{AB} = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$

wolnym sposobem wy

przez $C = (2, 3)$ i $S_{AB} =$

9.2.6. We wszystkich przypadkach punkty mają albo jednakową odciętą, albo jednakową rzędną. Jeżeli dwa punkty mają taką samą pierwszą współrzędną, np. a , to równanie szukanej prostej ma postać $x = a$ albo $x - a = 0$. To jest prosta prostopadła do osi OX , która nie ma postaci kierunkowej. Jeśli dwa punkty, przez które przechodzi dana prosta, mają taką samą rzędną, np. b , to równanie szukanej prostej ma postać $y = b$ lub $y - b = 0$.

Odpowiedź: a) $x = -3$; b) $x = 5$; c) $y = \frac{1}{4}$; d) $y = 0$; e) $x = 1$; f) $x = 0$.

9.2.7. W tym przypadku łatwiej sprawdzić poszczególne możliwości niż wyznaczać równanie prostej. Jeśli do równania $y = ax + b$ podstawisz współrzędne punktu A , to otrzymasz $b = 6$. A więc prawdziwa jest albo odpowiedź A , albo B .

Sprawdź: $2 \cdot 4 + 6 = 14 \neq 10$, więc A nie jest dobrą odpowiedzią.

$1 \cdot 4 + 6 = 10$, a więc odpowiedź C jest właściwa.

9.2.8. Podstaw współrzędne punktu A za x i y do równania prostej. Otrzymasz wtedy równanie z niewiadomą a : $5a = -2(3a - 5) + 1$, więc $11a = 11$, czyli $a = 1$.

Odpowiedź: D .

9.2.9.

I sposób:

Zauważ, że oba punkty mają tę samą wartość rzędną. Zatem $y = 1$ albo $y - 1 = 0$.

II sposób:

Równanie prostej AB możesz otrzymać, korzystając ze wzoru:

$$(y - y_1)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x - x_1) = 0.$$

W tym wypadku $(y - 1)(3 - (-4)) - (1 - 1)(x - (-4)) = 0$

$$7(y - 1) = 0 \quad /: 7$$

Odpowiedź: $y - 1 = 0$.

9.2.10.

I sposób:

W tym przypadku oba punkty mają samą odciętą, czyli $x = 3$ lub $x - 3 = 0$.

II sposób:

Podstaw współrzędne danych punktów do wzoru:

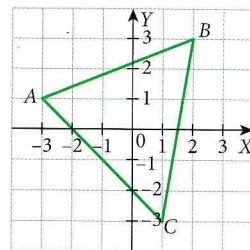
$$(y - y_1)(x_2 - x_1) - (y_2 - y_1)(x - x_1) = 0.$$

Odpowiedź: $x - 3 = 0$.

9.2.11. Szukana prosta przechodzi przez punkt C i środek boku AB . Wyznacz najpierw współrzędne środka odcinka AB .

$$S_{AB} = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right). S_{AB} = (-1, -1). \text{ Teraz do-}$$

wolnym sposobem wyznacz równanie prostej przechodzącej przez $C = (2, 3)$ i $S_{AB} = (-1, -1)$.



Na przykład $(y - y_c)(x_s - x_c) - (y_s - y_c)(x - x_c) = 0$.

Odpowiedź: $4x - 3y + 1 = 0$ albo $y = \frac{4}{3}x + \frac{1}{3}$.

9.2.12. Z równania $-2,5x + 0,5y - 8 = 0$ wyznacz y .

$$0,5y = 2,5x + 8 \quad / \cdot 2$$

$$y = 5x + 16$$

Oba równania są równaniami prostych w postaci kierunkowej. Współczynniki kierunkowe są jednakowe, więc proste są równoległe. Nie jest to jednak ta sama prosta.

Odpowiedź: B.

9.2.13. Przedstaw równanie pierwszej prostej w postaci kierunkowej: $y = 3x - 4$. Zwróć uwagę na współczynniki kierunkowe obu prostych. Nie jest spełniony ani warunek równoległości prostych, ani warunek prostokątności. Możesz stąd wywnioskować, że proste się przecinają pod kątem innym niż prosty.

Odpowiedź: C.

9.2.14. Proste równoległe mają takie same współczynniki kierunkowe.

Zatem: $m^2 - 3m = 5m - 7$. Jest to równanie kwadratowe z niewiadomą m , więc przedstaw je w postaci, w której po lewej stronie równania jest trójmian kwadratowy, a po prawej – zero.

$$m^2 - 8m + 7 = 0, \Delta = 36 > 0. \text{ Równanie ma dwa rozwiązania: } m_1 = 1 \text{ i } m_2 = 7.$$

9.2.15. Proste $y = ax + b$ i $y = a_1x + b_1$ są prostopadłe, gdy $a \cdot a_1 = -1$. Sprawdź, czy warunek ten jest spełniony w kolejnych propozycjach odpowiedzi.

$$\text{A. } (-3) \cdot \left(\frac{-1}{3}\right) = 1; \quad \text{B. } 5 \cdot (-5) = -25; \quad \text{C. } 7 \cdot 7 = 49; \quad \text{D. } 4 \cdot \left(\frac{-1}{4}\right) = -1.$$

Odpowiedź: D.

9.2.16. Prosta równoległa do danej musi mieć taki sam współczynnik kierunkowy.

W tym przypadku $a = -5$, więc szukana prosta ma równanie postaci: $y = -5x + b$. Takie są równania w A i C. Podstaw współrzędne punktu P i wylicz b :

$$2 = -5 \cdot \frac{2}{5} + b \Rightarrow b = 4.$$

Odpowiedź: A.

9.2.17. Prosta prostopadła do prostej o współczynniku kierunkowym a ma współ-

czynnik kierunkowy $a_1 = \frac{-1}{a}$.

$$\text{Odpowiedź: a) } a_1 = \frac{-1}{2}; \quad \text{b) } a_1 = -\frac{2}{3}; \quad \text{c) } a_1 = \frac{2}{7}; \quad \text{d) } a_1 = -5.$$

9.2.18. Prosta prostopadła

czynniki kierunkowe

Odpowiedź: a) $a_1 = -$

9.2.19. Współczynniki

$$a_1 a_2 = -1.$$

$$a_1 a_2 = \frac{c+1}{2c} \cdot (c-1),$$

Rozwiąż równanie c^2

Odpowiedź: $c = -1$

9.2.20. Proste są równoległe

wypadku taka sytuacja

stopadła, wystarczy w

przez współczynnik k

Odpowiedź: C.

9.2.21. Proste równoległe

Wyznacz m z warunk

$$0 = m^2 - m + 2m^2 - m$$

Odpowiedź: $m = 1$ lub

9.2.22. Wyznacz współczynnik

czynnik kierunkowy t

Odpowiedź: D.

9.2.23. Prosta równoległa

Sprawdź, które z równ

Odpowiedź: C.

9.2.24. Prosta równoległa

więc należy do rodzin

stawić współrzędne p

Odpowiedź: $y = 5x - 3$

9.2.25. Przekształć dan

runkowy. Jaki współcz

Odpowiedź: D.

9.2.18. Prosta prostopadła do prostej o współczynniku kierunkowym a ma współczynnik kierunkowy $a_1 = \frac{-1}{a}$.

Odpowiedź: a) $a_1 = -\frac{1}{5}$; b) $a_1 = -\frac{5}{7}$; c) $a_1 = -\frac{10}{3}$; d) $a_1 = -3$; e) $a_1 = \frac{1}{2}$.

9.2.19. Współczynniki kierunkowe prostych prostopadłych spełniają warunek $a_1 a_2 = -1$.

$a_1 a_2 = \frac{c+1}{2c} \cdot (c-1)$, zatem musi być spełniony warunek: $\frac{c+1}{2c} \cdot (c-1) = -1$.

Rozwiąż równanie $c^2 + 2c - 1 = 0$. $\Delta = 8 > 0$, więc równanie ma dwa rozwiązania.

Odpowiedź: $c = -1 - \sqrt{2}$ lub $c = -1 + \sqrt{2}$.

9.2.20. Proste są równoległe, gdy mają takie same współczynniki kierunkowe. W tym wypadku taka sytuacja nie zachodzi. Aby sprawdzić, która z tych prostych jest prostopadła, wystarczy wymnożyć współczynniki kierunkowe prostej z punktu C lub D przez współczynnik kierunkowy prostej l .

Odpowiedź: C.

9.2.21. Proste równoległe mają takie same współczynniki kierunkowe.

Wyznacz m z warunku $\frac{m-m^2}{2m-1} = (m-1) / (2m-1)$. Uporządkuj równanie:

$0 = m^2 - m + 2m^2 - m - 2m + 1$, więc $3m^2 - 4m + 1 = 0$

Odpowiedź: $m = 1$ lub $m = \frac{1}{3}$.

9.2.22. Wyznacz współczynniki kierunkowe każdej z prostych. Ta, która ma współczynnik kierunkowy taki sam jak prosta l , jest równoległa do l .

Odpowiedź: D.

9.2.23. Prosta równoległa do danej ma taki sam współczynnik kierunkowy $a = -3$. Sprawdź, które z równań – czy A, czy C – spełniają współrzędne punktu P .

Odpowiedź: C.

9.2.24. Prosta równoległa do danej prostej ma współczynnik kierunkowy równy 5, więc należy do rodziny prostych $y = 5x + b$. Aby wyznaczyć b , wystarczy za x i y podstawić współrzędne punktu A .

Odpowiedź: $y = 5x - 3$.

9.2.25. Przekształć daną prostą do postaci kierunkowej. Określ jej współczynnik kierunkowy. Jaki współczynnik kierunkowy ma prosta prostopadła?

Odpowiedź: D.

9.2.26. Porównaj współczynniki kierunkowe obu prostych.

Z otrzymanego równania: $2(12 + t) = 12 - 2t$ wyznacz t .

Odpowiedź: $t = -3$.

9.2.27. Iloczyn współczynników kierunkowych prostych prostopadłych jest równy

(-1) , więc aby je wyznaczyć, musisz rozwiązać równanie: $\frac{1}{t-7} \cdot (t+3) = -1$.

Odpowiedź: $t = 2$.

9.2.28. Symetralna odcinka jest prostą prostopadłą do prostej AB przechodzącą przez środek odcinka AB . Wyznacz współczynnik kierunkowy prostej AB :

$a_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$. $a_{AB} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Współczynnik kierunkowy prostej prostopadłej jest

równy $\frac{-1}{a_{AB}} = -2$. Symetralna należy więc do rodziny prostych $y = -2x + b$. Wyznacz

środek odcinka AB i podstaw jego współrzędne za x i y do równania $y = -2x + b$.

Odpowiedź: $y = -2x + 3$.

9.2.29. Odpowiedź: $y = -2x + 9$.

9.2.30. Odpowiedź: $y = -\frac{1}{3}x + 7$.

9.2.31. Współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych spełniają oba równania pro-

stych, a więc spełniają układ tych równań: $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3x - 2y = 8 \end{cases}$

Możesz to rozwiązać dowolną metodą, np. wyznaczając y z równania pierwszego i podstawiając do drugiego albo dodając stronami podwojone pierwsze równanie do równania drugiego.

Odpowiedź: $(2, -1)$.

9.2.32. Rozwiąż układ równań, aby wyznaczyć współrzędne punktu A przecięcia danych prostych. Sprawdź, które z równań spełniają te współrzędne: $A = (-2, -1)$.

Odpowiedź: C.

9.2.33. Punkt A należy do obu prostych, więc jego współrzędne spełniają oba równania. Podstaw te współrzędne za x i y do każdego z równań i wyznacz a i b .

Odpowiedź: $a = 2, b = -3$.

9.2.34. Niech A będzie punktem

$6x + y - 9 = 0$. Należy

znaleźć

Możesz do równania

Zatem $x = 1$.

Z dowolnego równania

Niech B będzie punktem

$5x - 3y + 4 = 0$. Rozwiąż

$x = -2, y = -2$. Punkt

Niech C będzie punktem

Rozwiąż układ równań

$x = 2, y = -3$. Punkt

Odpowiedź: Trójkąt

9.2.35. Punkt A należy do

$15 - 4y - 19 = 0, y = -1$

tość podstawisz do drugiego

Odpowiedź: $a = -1, b = 2$

9.2.36. Napisz równanie

prostej prostopadłej do

przechodzącej przez

środek odcinka AB .

Współrzędne środka odcinka

$S = (0, 3)$

Współczynnik a_1 prostej

więc współczynnik kierunkowy

AB jest równy $a_2 = \frac{2}{3}$

Symetralna ma równanie

musisz rozwiązać układ

Odpowiedź: $C = (-3, 2)$

9.2.34. Niech A będzie punktem przecięcia prostych $5x - 3y + 4 = 0$ oraz $6x + y - 9 = 0$. Należy on do obu prostych, więc jego współrzędne spełniają oba równania. Aby je znaleźć, należy rozwiązać układ równań:

$$\begin{cases} 5x - 3y + 4 = 0 \\ 6x + y - 9 = 0 \end{cases}$$

Możesz do równania pierwszego dodać stronami potrojone drugie: $23x - 23 = 0$. Zatem $x = 1$.

Z dowolnego równania wiesz, że $y = 3$. Punkt $A = (1, 3)$.

Niech B będzie punktem przecięcia prostych o równaniach $x + 4y + 10 = 0$ oraz

$$5x - 3y + 4 = 0. \text{ Rozwiąż układ równań: } \begin{cases} 5x - 3y + 4 = 0 \\ x + 4y + 10 = 0 \end{cases}$$

$x = -2, y = -2$. Punkt $B = (-2, -2)$.

Niech C będzie punktem przecięcia prostych $6x + y - 9 = 0$ oraz $x + 4y + 10 = 0$.

$$\text{Rozwiąż układ równań: } \begin{cases} 6x + y - 9 = 0 \\ x + 4y + 10 = 0 \end{cases}$$

$x = 2, y = -3$. Punkt $C = (2, -3)$.

Odpowiedź: Trójkąt ma wierzchołki: $A = (1, 3), B = (-2, -2), C = (2, -3)$.

9.2.35. Punkt A należy do obu prostych, więc możesz podstawić 5 za x do obu równań: $15 - 4y - 19 = 0, y = 5a + 6$. Z pierwszego równania wyznaczysz $y = 1$, a gdy tę wartość podstawisz do drugiego równania, to wyznaczysz z niego $a = -1$.

Odpowiedź: $a = -1, A = (5, 1)$.

9.2.36. Napisz równanie symetralnej boku AB . Jest ona prostopadła do boku AB i przechodzi przez środek odcinka AB . Wyznacz najpierw współrzędne środka odcinka AB .

$$S = (0, 3)$$

Współczynnik a_1 prostej AB jest równy $a_1 = \frac{-3}{2}$,

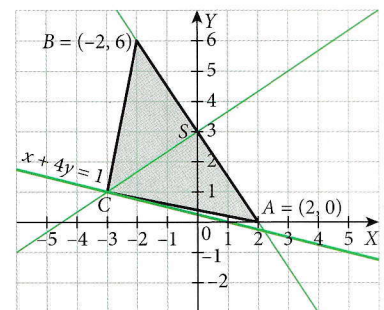
więc współczynnik kierunkowy symetralnej boku

AB jest równy $a_2 = \frac{2}{3}$.

Symetralna ma równanie $y = \frac{2}{3}x + 3$. Aby wyznaczyć współrzędne wierzchołka C ,

$$\text{musisz rozwiązać układ równań: } \begin{cases} y = \frac{2}{3}x + 3 \\ x + 4y = 1 \end{cases}$$

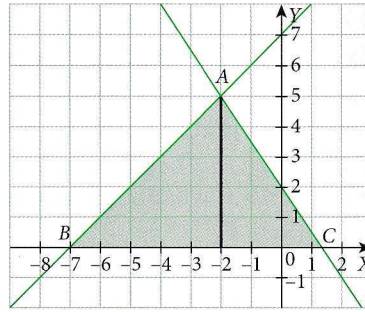
Odpowiedź: $C = (-3, 1)$.



9.2.37. Rozwiąż układ równań $\begin{cases} 3x + 2y - 4 = 0 \\ y = x + 7 \end{cases}$.

Możesz to zrobić np. metodą podstawiania. Zatem $A = (-2, 5)$.

Wysokość trójkąta to odległość punktu A od osi OX . Podstawa trójkąta ma długość $|BC|$, gdzie B jest punktem przecięcia prostej $y = x + 7$ z osią OX , a C jest punktem przecięcia prostej $3x + 2y - 4 = 0$



z tą osią. Wyznacz współrzędne punktów B i C : $B = (-7, 0)$ i $C = \left(\frac{4}{3}, 0\right)$.

$$|BC| = \frac{25}{3}$$

Odpowiedź: $P = \frac{125}{6}$.

Zestaw

1. Środek odcinka AB ma współrzędne:

A. $(-4, 14 + 2\sqrt{5})$;

2. Które z równań niżej jest prawdziwe dla $A = (-2, 6)$ i $B = (3, 1)$?

A. $4x - 5y + 38 = 0$;

C. $5(y - 10) - 4(x - 3) = 0$;

3. Prosta o współczynniku kierunkowym $\frac{1}{2}$ jest prostopadła do odcinka o końcach $A = (1, 2)$ i $B = (3, 4)$.

A. $y = \frac{5}{6}x$;

4. Prosta prostopadła do prostej $3x - 2y + 1 = 0$ przechodzi przez punkt $(-1, 2)$.

A. $y = 2x - 2$;

5. Punkt $S = (x - 4, 2x + 1)$ jest środkiem odcinka AB , gdzie $A = (2, 3)$ i $B = (6, 7)$.

Wynika stąd, że:

A. $x = 5$ i $y = 0$;

6. Czworokąt $ABCD$ jest prostokątem, gdzie $A = (1, 2)$ i $C = (5, 8)$.

Jeżeli $A = (5, 8)$ i $C = (1, 2)$, to:

A. 0;

C. 6;

7. Punkty A i B są symetryczne względem prostej $ax + by + c = 0$.

Wyznacz a i b , gdy $A = (1, 2)$ i $B = (3, 4)$.

A. $a = -1$ i $b = \frac{-1}{2}$;