- Skorzystaj z definicji funkcji sinus w trójkącie AED, aby obliczyć długość h.

  $\frac{h}{6\sqrt{2}} = \sin 45° \Rightarrow h = 6$
- Długość $|AE|$ otrzymasz, korzystając z tego, że trójkąt AED jest równoramienny. $|AE| = 6$. Zatem $|EB| = 28 - 6 = 22$.
- Z twierdzenia Pitagorasa zastosowanego do trójkąta EBD wylicz $|BD| = d$.

  $d = 2\sqrt{130}$

Teraz oblicz $\sin(\sphericalangle ADB)$.

Odpowiedź: $\sin(\sphericalangle ADB) = \frac{7\sqrt{65}}{65}$.

8.2. Koła i okręgi

8.2.1. Z punktu P położonego w odległości d od środka okręgu o promieniu r poprowadzono styczne do okręgu w punktach A i B. Oblicz odległość punktu P od punktu styczności, gdy:

a) $d = 85$ cm, $r = 13$ cm;
b) $d = 61$ dm, $r = 11$ dm;
c) $d = 37$ m, $r = 12$ m;
d) $d = 26$ cm, $r = 1$ dm.

8.2.2. W kole o promieniu $r = 36$ poprowadzono cięciwę o długości $16\sqrt{14}$. Oblicz odległość cięciwy od środka koła.

8.2.3. Łuk AB stanowi $\frac{1}{6}$ okręgu, a łuk CD (niemający z AB punktów wspólnych) ma długość równą 0,2 długości okręgu. Oblicz $|\sphericalangle CAD|$ i $|\sphericalangle BDA|$.

8.2.4. Oblicz obwód koła o promieniu $r = 81{,}6$.

8.2.5. Promień Ziemi na równiku jest równy w przybliżeniu 6378,5 km. Oblicz długość równika.

8.2.6. Jaką miarę ma kąt środkowy koła o promieniu r oparty na łuku o długości $L = \frac{\pi}{12}r$?

8.2.7. Oblicz pole wy

8.2.8. Znając pole P
tego wycinka.

8.2.9. W kwadrat o b

8.2.10. Na okrągłej
rabatki, a resztę wysep
obsiano trawą, jeżeli

8.2.11. Niech r będzi
stej. Jak położona jest
a) $r = 15$ i $d = 16$;

8.2.12. Ile stopni ma

8.2.13. Na okręgu o
i 122°.
Oblicz miary kątów w

8.2.14. Wyznacz mia
4, 5, jeśli kąt wpisany

8.2.15. Okrąg podzi
wpisanych opartych n

8.2.16. Kąt wpisany

A. 30°;

obliczyć długość h.

st równoramienny.

licz $|BD| = d$.

u o promieniu r po-
egłość punktu P od

lm;
n.

gości $16\sqrt{14}$. Oblicz

któw wspólnych) ma

78,5 km. Oblicz dłu-

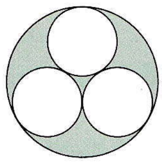
na łuku o długości

8.2.7. Oblicz pole wycinka koła o promieniu $r = 30$ i kącie $\alpha = 48°$.

8.2.8. Znając pole $P = 73$ wycinka koła o promieniu $r = 73$, oblicz długość łuku L tego wycinka.

8.2.9. W kwadrat o boku 14,28 wpisano koło. Oblicz pole tego koła.

8.2.10. Na okrągłej wysepce zaplanowano trzy okrągłe jednakowe rabatki, a resztę wysepki obsiano trawą (zobacz rysunek). Jaki obszar obsiano trawą, jeżeli wysepka ma średnicę 6 m?

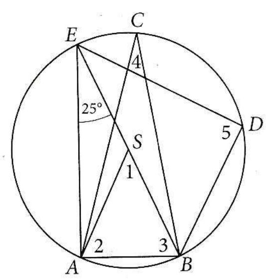


8.2.11. Niech r będzie promieniem okręgu, a d – odległością środka okręgu od prostej. Jak położona jest prosta względem okręgu, jeśli:
a) $r = 15$ i $d = 16$; b) $r = 15$ i $d = 15$; c) $r = 16$ i $d = 15$?

8.2.12. Ile stopni ma kąt wpisany oparty na $\frac{1}{5}$ okręgu?

8.2.13. Na okręgu odmierz łuki AB i BC odpowiadające kątom środkowym 22° i 122°.
Oblicz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC.

8.2.14. Wyznacz miary kątów oznaczonych liczbami 1, 2, 3, 4, 5, jeśli kąt wpisany AEB ma miarę 25°.

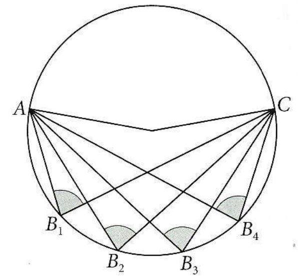


8.2.15. Okrąg podzielono na trzy części w stosunku 4 : 5 : 6. Jakie są miary kątów wpisanych opartych na wyznaczonych w ten sposób łukach?

8.2.16. Kąt wpisany oparty na $\frac{5}{6}$ okręgu ma miarę:

A. 30°; B. 60°; C. 150°; D. 300°.

8.2.17. Suma miar czterech kątów wpisanych i jednego środkowego opartych na tym samym łuku jest równa 240°.
Miara kąta środkowego jest równa:
A. 40°; B. 50°;
C. 60°; D. 80°.



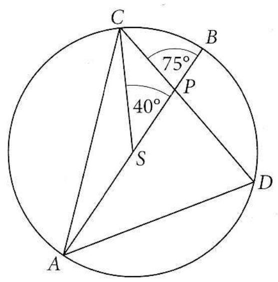
8.2.18. Ile razy pole koła opisanego na trójkącie równobocznym jest większe od pola koła wpisanego w ten trójkąt?
A. 2 razy; B. 3 razy; C. 4 razy; D. 9 razy.

8.2.19. Jedna z przyprostokątnych trójkąta prostokątnego jest dwa razy dłuższa od drugiej. Trójkąt ten jest wpisany w okrąg o promieniu $8\sqrt{5}$. Pole tego trójkąta jest równe:

A. $120\sqrt{3}$; B. 256; C. $64\sqrt{5}$; D. 320.

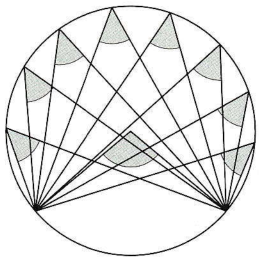
8.2.20. Dany jest okrąg o środku O i promieniu 12. Odległość środka okręgu od prostej l jest równa $10 - 2a$. Zatem prosta l przecina okrąg w dwóch punktach, gdy:
A. $a > -1$; B. $a \leq -1$; C. $a < -1$; D. $a \geq -1$.

8.2.21. Cięciwa CD okręgu i jego średnica AB przecinają się w punkcie P. Miara kąta BPC jest równa 75°, a miara kąta środkowego BSC jest równa 40°.
Jaką miarę ma kąt wpisany ACD?



8.2.22. Jaka jest długość łuku okręgu o promieniu równym 3, jeżeli jest on wyznaczony przez kąt wpisany o mierze 30°?

8.2.23. Suma miar ośmiu kątów wpisanych i jednego środkowego opartych na tym samym łuku jest równa 500°. Wyznacz miary tych kątów.



8.2.24. Oblicz pole w
wyznaczający jest opa

8.2.25. Okrąg podziel
łu poprowadzono styc

8.2.26. Cięciwy AB i
Uzasadnij, że $|AP| \cdot |P$

8.2.27. W trójkąt AB
F, G. Miary kątów wew
Wyznacz miary kątów

8.2.28. Okręgi o pro
wyznaczonego przez w

8.2.29. Na dwóch ko
pas transmisyjny. Pro
Promień dużego koła
miarę 60°. Oblicz dług
(odległość między śro
Czy taki układ może s

8.2.30. Oblicz obwó
stycznych zewnętrzni

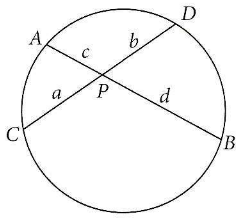
8.2.31. Dwa okręgi
w punkcie A. Prosta A
cięciwę AC. Oblicz $|A$
średnicy DA większe
mniejszego okręgu (P

8.2.32. Ile razy pole w
od pola wycinka koła

8.2.24. Oblicz pole wycinka koła o promieniu długości 30 cm, jeśli kąt środkowy go wyznaczający jest oparty na tym samym łuku co kąt wpisany o mierze 6°.

8.2.25. Okrąg podzielono na trzy części w stosunku 8 : 13 : 15 i przez punkty podziału poprowadzono styczne. Oblicz miary kątów otrzymanego trójkąta.

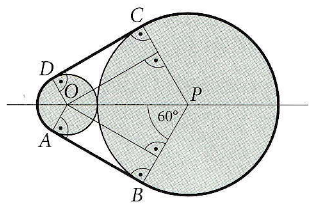
8.2.26. Cięciwy AB i CD okręgu przecinają się w punkcie P. Uzasadnij, że $|AP| \cdot |PB| = |CP| \cdot |PD|$.



8.2.27. W trójkąt ABC wpisano okrąg styczny do boków trójkąta w punktach E, F, G. Miary kątów wewnętrznych trójkąta EFG są równe odpowiednio 50°, 60° i 70°. Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC.

8.2.28. Okręgi o promieniach 2 i 10 są styczne zewnętrznie. Oblicz pole trójkąta wyznaczonego przez wspólne styczne tych okręgów.

8.2.29. Na dwóch kołach przekładni pasowej rozpięto pas transmisyjny. Promień małego koła $|OD| = r = 8$ cm. Promień dużego koła $|PC| = R = 24$ cm. Kąt OPC ma miarę 60°. Oblicz długość pasa i rozstaw osi przekładni (odległość między środkami kół).
Czy taki układ może się poruszać?

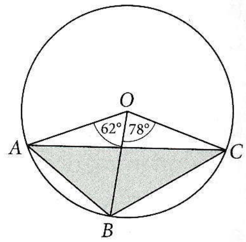


8.2.30. Oblicz obwód i pole trójkąta wyznaczonego przez środki trzech okręgów stycznych zewnętrznie o promieniach 5 cm, 12 cm, 13 cm.

8.2.31. Dwa okręgi o promieniach 51,25 cm i 10,25 cm są styczne zewnętrznie w punkcie A. Prosta AB wyznacza w mniejszym okręgu cięciwę AB, a w większym cięciwę AC. Oblicz $|AC|$, jeśli $|AB| = 20$ cm. Oblicz pole trójkąta DCA opartego na średnicy DA większego okręgu (P_2) i pole trójkąta EBA opartego na średnicy AE mniejszego okręgu (P_1).

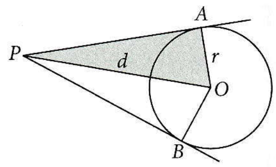
8.2.32. Ile razy pole wycinka koła o promieniu 6 i kącie środkowym 80° jest większe od pola wycinka koła o promieniu 3 i kącie środkowym 40°?

8.2.33. Dwa kolejne kąty środkowe AOB i BOC okręgu o środku O mają miary odpowiednio 62° i 78°. Wyznacz miary kątów wewnętrznych trójkąta ABC.



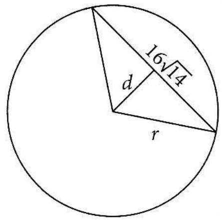
Wskazówki. Rozwiązania. Odpowiedzi

8.2.1. Skorzystaj z twierdzenia Pitagorasa zastosowanego do trójkąta PAO: $|AP|^2 + r^2 = d^2$.



a) $|AP| = 84$ cm; b) $|AP| = 60$ dm;
c) $|AP| = 35$ m; d) $|AP| = 24$ cm.

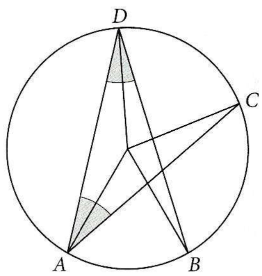
8.2.2. Odcinek d jest prostopadły do cięciwy okręgu. Możesz skorzystać z twierdzenia Pitagorasa.



$d^2 + \left(8\sqrt{14}\right)^2 = 36^2$

Odpowiedź: Odległość cięciwy od środka koła jest równa 20.

8.2.3. Sporządź rysunek. Łuk AB stanowi $\frac{1}{6}$ okręgu, więc kąt środkowy, który go wyznacza, ma miarę 60°.



Łuk CD stanowi $\frac{1}{5}$ okręgu, więc kat środkowy, który go wyznacza ma miarę 72°. Kąt CAD jest kątem wpisanym opartym na łuku CD, więc ma miarę równą połowie miary kąta środkowego opartego na tym samym łuku.

$|\sphericalangle CAD| = 36°$

Kąt BDA jest kątem wpisanym opartym na łuku AB, więc ma miarę równą połowie miary kąta środkowego opartego na tym samym łuku: $|\sphericalangle BDA| = 30°$.

8.2.4. Obwód koła obliczysz ze wzoru $l = 2\pi r$.

Odpowiedź: $l = \frac{816}{5}\pi \approx 512{,}7$.

8.2.5. Zakładając, że ró
$l = 2\pi R$, gdzie R jest p
Odpowiedź: Równik r

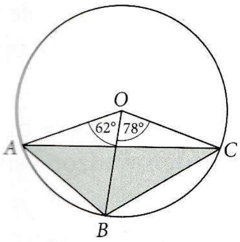
8.2.6. Podziel długość
nego jest kąt środkow
przez 24.
Odpowiedź: Szukany

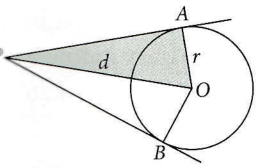
8.2.7. Pole wycinka ob
Odpowiedź: $P = 120\pi$

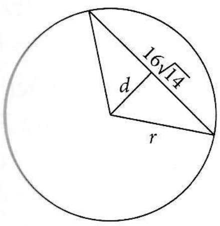
8.2.8. Znacznie ułatwi
i długość łuku wycięte
i $L = \frac{\alpha}{360}\cdot 2\pi r$.
Jeśli podzielisz P prze
nie się uprości. $\frac{P}{L} =$
Jeżeli wartość P i wart

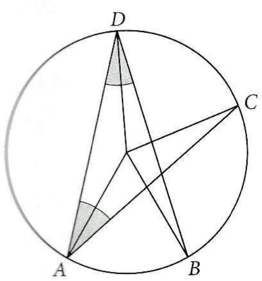
8.2.9. Promień koła w
Zatem $r = 7{,}14$ i $P =$

8.2.10. Oznacz R – pro
koła. Narysowany tró
ma bok o długości $2r$
wysokości, czyli $\frac{2}{3}\cdot$
odcinek AS. Zatem R
Wyłącz r przed nawia
Odpowiedź: Powierzc









miarę równą połowie
| = 30°.

8.2.5. Zakładając, że równik jest okręgiem, możesz długość równika obliczyć ze wzoru $l = 2\pi R$, gdzie R jest promieniem Ziemi.
Odpowiedź: Równik ma długość około 40 077,3 km.

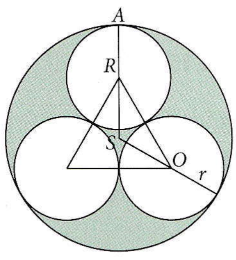
8.2.6. Podziel długość okręgu $2\pi r$ przez długość łuku, a ustalisz, jaką częścią kąta pełnego jest kąt środkowy wyznaczający na okręgu dany łuk: $\dfrac{2\pi r}{\frac{1}{12}\pi r} = 24$. Podziel 360° przez 24.
Odpowiedź: Szukany kąt środkowy ma miarę 15°.

8.2.7. Pole wycinka obliczysz ze wzoru $P = \dfrac{48^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2$.
Odpowiedź: $P = 120\pi$.

8.2.8. Znacznie ułatwisz sobie zadanie, jeżeli porównasz dwa wzory: na pole wycinka i długość łuku wyciętego z okręgu przez pewien kąt środkowy. $P = \dfrac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2$ i $L = \dfrac{\alpha}{360} \cdot 2\pi r$.
Jeśli podzielisz P przez L, to zależność między polem wycinka a długością łuku znacznie się uprości. $\dfrac{P}{L} = \dfrac{\frac{\alpha}{360} \cdot \pi r^2}{\frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi r} = \dfrac{r}{2}$. Stąd $L = \dfrac{2P}{r}$.
Jeżeli wartość P i wartość r są jednakowe, to $L = 2$.

8.2.9. Promień koła wpisanego w kwadrat jest równy połowie boku kwadratu. Zatem $r = 7{,}14$ i $P = \pi \cdot 7{,}14^2 \approx 160{,}2$.

8.2.10. Oznacz R – promień dużego koła, a r – promień małego koła. Narysowany trójkąt łączący środki wpisanych okręgów ma bok o długości $2r$. Odcinek OS ma długość równą $\dfrac{2}{3}$ jego wysokości, czyli $\dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{2r\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2r\sqrt{3}}{3}$. Promień dużego koła to odcinek AS. Zatem $R = r + \dfrac{2r\sqrt{3}}{3}$. $R = 3$, więc $r + \dfrac{2r\sqrt{3}}{3} = 3$.



Wyłącz r przed nawias: $r\left(1 + \dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right) = 3$, więc $r = 6\sqrt{3} - 9$.

Odpowiedź: Powierzchnia obsiana trawą to $\pi\left(9 - 3 \cdot \left(6\sqrt{3} - 9\right)^2\right) \approx 10$ (m²).

8.2.11. Jeżeli odległość środka okręgu od prostej jest większa od promienia, to prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych. Jeśli są równe, to prosta jest styczna do okręgu i ma z nim jeden punkt wspólny. Jeżeli odległość prostej od środka okręgu jest mniejsza niż promień tego okręgu, to prosta ma z okręgiem dwa punkty wspólne. Jest jego sieczną.

a) prosta i okrąg są rozłączne; b) prosta jest styczna do okręgu;
c) prosta przecina okrąg w dwóch punktach.

8.2.12. Kąt środkowy oparty na łuku stanowiącym $\frac{1}{5}$ okręgu ma miarę równą $\frac{1}{5}$ miary kąta pełnego. Kąt wpisany ma miarę równą połowie miary kąta środkowego opartego na tym samym łuku.
Odpowiedź: 36°.

8.2.13. Kąt ACB jest kątem wpisanym opartym na łuku AB, więc jego miara jest równa połowie miary kąta środkowego opartego na tym samym łuku. Kąt BAC jest kątem wpisanym opartym na łuku BC, więc jego miara jest równa połowie miary kąta środkowego BSC. Miarę trzeciego kąta trójkąta ABC znajdziesz, korzystając z faktu, że suma miar kątów wewnętrznych trójkąta jest równa 180°.
Odpowiedź: 11°, 61°, 108°.

8.2.14. Zauważ, że kąt ASB jest kątem środkowym opartym na tym samym łuku co kąt AEB. Kąt (1) ma miarę 50°. Kąty BAS (2) i ABS (3) mają równe miary 65°. Kąt (4) jest kątem wpisanym opartym na tym samym łuku co kąt AEB i jego miara jest równa mierze tego kąta, czyli 25°. Kąt (5) jest kątem wpisanym opartym na półokręgu, więc ma miarę 90°.

8.2.15. Łącznie podzielono okrąg na 15 części. 360° : 15 = 24°. Kąty środkowe oparte na wyznaczonych łukach mają miary odpowiednio: 96°, 120° i 144°. Odpowiadające im kąty wpisane mają miary dwa razy mniejsze.
Odpowiedź: 48°, 60° i 72°.

8.2.16. Kąt środkowy wycinający z okręgu łuk stanowiący $\frac{5}{6}$ tego okręgu ma miarę 300°.
Kąt wpisany oparty na tym samym łuku ma miarę dwa razy mniejszą.
Odpowiedź: C.

8.2.17. Kąt środkowy ma taką miarę jak suma miar dwóch kątów wpisanych opartych na tym samym łuku. Jeśli oznaczysz miarę kąta wpisanego przez β, to $6\beta = 240°$ i $2\beta = 80°$.
Odpowiedź: D.

8.2.18. Promień koła c
promienia koła wpisa
w skali 4.
Odpowiedź: C.

8.2.19. Przeciwprostok
w okrąg jest średnicą
rasa do trójkąta o prz
$x^2 + (2x)^2 = \left(16\sqrt{5}\right)^2$
Pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot 1$
Odpowiedź: B.

8.2.20. Prosta przecina
promień tego okręgu.
Odpowiedź: A.

8.2.21. Miara kąta BPC
pełniającego CPA jest
oparty na tym samym
miarę równą połowie
cim kątem wewnętrz
już miary dwóch kąt
Odpowiedź: 55°.

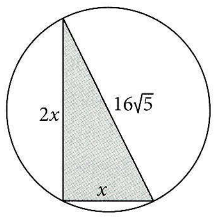
8.2.22. Miara kąta środ
tego na tym samym łu
dający temu kątowi łu
Odpowiedź: π.

8.2.23. Oznacz miarę
samym łuku co ten kąt
treści zadania: $8x + 2x$
Odpowiedź: Kąty wpis

8.2.24. Wyznacz najpie
częścią kąta pełnego.
Odpowiedź: 30π cm².

8.2.18. Promień koła opisanego na trójkącie równobocznym jest dwa razy dłuższy od promienia koła wpisanego w ten trójkąt. Pola figur podobnych w skali 2 są podobne w skali 4.
Odpowiedź: C.

8.2.19. Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego wpisanego w okrąg jest średnicą tego okręgu. Zastosuj twierdzenie Pitagorasa do trójkąta o przyprostokątnych x i $2x$.



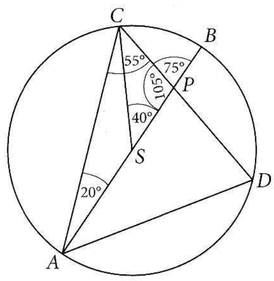
$x^2 + (2x)^2 = \left(16\sqrt{5}\right)^2 \Rightarrow x = 16$ i $2x = 32$.

Pole trójkąta $P = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 32 = 256$.

Odpowiedź: B.

8.2.20. Prosta przecina okrąg, gdy leży w odległości od środka okręgu mniejszej niż promień tego okręgu. Zapisz nierówność $10 - 2a < 12 \Rightarrow a > -1$.
Odpowiedź: A.

8.2.21. Miara kąta BPC jest równa 75°, więc miara kąta dopełniającego CPA jest równa 105°. Kąt wpisany BAC jest oparty na tym samym łuku co środkowy kąt BSC, więc ma miarę równą połowie miary kąta BSC. Kąt ACD jest trzecim kątem wewnętrznym trójkąta APC, w którym znasz już miary dwóch kątów.
Odpowiedź: 55°.



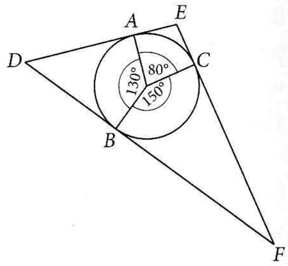
8.2.22. Miara kąta środkowego jest dwa razy większa od miary kąta wpisanego opartego na tym samym łuku, czyli 60°. Jest to kąt stanowiący $\frac{1}{6}$ kąta pełnego. Odpowiadający temu kątowi łuk ma długość równą $\frac{1}{6}$ długości okręgu o promieniu $r = 3$.

Odpowiedź: π.

8.2.23. Oznacz miarę kąta wpisanego przez x. Wtedy kąt środkowy oparty na tym samym łuku co ten kąt wpisany będzie miał miarę $2x$. Ułóż równanie odpowiadające treści zadania: $8x + 2x = 500°$.
Odpowiedź: Kąty wpisane mają po 50°, a kąt środkowy 100°.

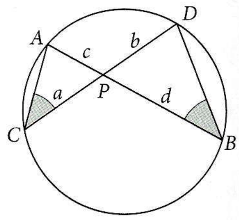
8.2.24. Wyznacz najpierw kąt środkowy wyznaczający wycinek pola i ustal, jaką jest częścią kąta pełnego.
Odpowiedź: 30π cm^2.

8.2.25. $8 + 13 + 15 = 36$. $360° : 36 = 10°$. Zatem kąt pełny podzielono na kąty o miarach: $80°$, $130°$ i $150°$. Każda ze stycznych tworzy z promieniem kąt prosty w punkcie styczności.
Zatem $|\sphericalangle BFC| = 360° - 180° - 150° = 30°$.
$|\sphericalangle AEC| = 360° - 180° - 80° = 100°$
$|\sphericalangle ADB| = 360° - 180° - 130° = 50°$
Odpowiedź: $30°$, $50°$ i $100°$.

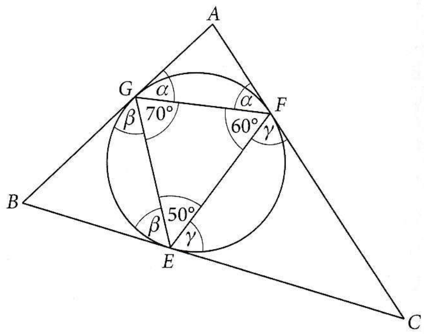


8.2.26. Zauważ, że trójkąty *APC* i *PDB* są podobne na mocy cechy kk. Kąty *CPA* i *BDB* mają równe miary, bo są to kąty wierzchołkowe, a kąty *ACD* i *ABD* mają równe miary, bo są kątami wpisanymi opartymi na tym samym łuku.

Zatem $\frac{c}{b} = \frac{a}{d} \Rightarrow ab = cd$.

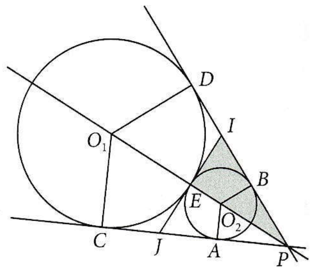


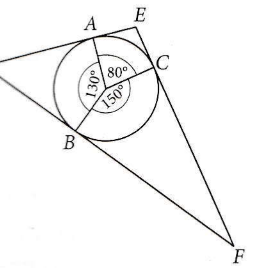
8.2.27. Załóż, że $|\sphericalangle GEF| = 50°$, $|\sphericalangle EFG| = 60°$, $|\sphericalangle EGF| = 70°$.
Z własności stycznych do okręgu wynika, że $|BE| = |BG|$, $|AF| = |AG|$, $|CE| = |CF|$.
Trójkąt *BEG* jest równoramienny i $|\sphericalangle BEG| = |\sphericalangle EGB| = \beta$.
Trójkąt *GAF* jest równoramienny i $|\sphericalangle FGA| = |\sphericalangle AFG| = \alpha$.
Trójkąt *CEF* jest równoramienny i $|\sphericalangle CEF| = |\sphericalangle EFC| = \gamma$.
$|\sphericalangle BEG| + 50° + |\sphericalangle CEF| = 180°$, więc $|\sphericalangle BEG| + |\sphericalangle CEF| = 130°$.
$|\sphericalangle EGB| + 70° + |\sphericalangle FGA| = 180°$, więc $|\sphericalangle EGB| + |\sphericalangle FGA| = 110°$.
$|\sphericalangle CEF| + 60° + |\sphericalangle AFG| = 180°$, więc $|\sphericalangle CEF| + |\sphericalangle AFG| = 120°$.
Zatem $\beta + \gamma = 130°$, $\alpha + \beta = 110°$ oraz $\alpha + \gamma = 120°$. Jeśli od drugiego równania odejmiesz stronami trzecie, to otrzymasz układ: $\beta + \gamma = 130°$ oraz $\beta - \gamma = -10°$.
Zatem $\beta = 60°$, $\gamma = 70°$. Skoro $\alpha + \beta = 110°$, to $\alpha = 50°$.
Odpowiedź: $|\sphericalangle FAG| = 80°$, $|\sphericalangle EBG| = 60°$, $|\sphericalangle ECF| = 40°$.

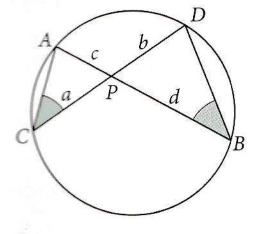


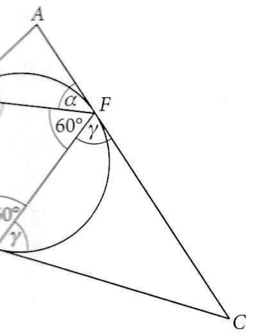
8.2.28. Trójkąty O_1DP oraz O_2BP są podobne i zachodzi równość: $|O_1D| : |DP| = |O_2B| : |BP|$.
Zatem $|BP| = 0{,}2\ |PD|$.

$|O_1O_2| = 12$ oraz $\frac{10}{12 + |O_2P|} = \frac{2}{|O_2P|}$, więc $|O_2P| = 3$ oraz $|PE| = 2 + |O_2P| = 5$.
Z twierdzenia Pitagorasa zastosowanego do trójkąta BO_2P możesz obliczyć $|BP|$: $|BP| = \sqrt{5}$.

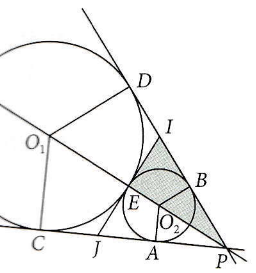








giego równania odej-
$-\gamma = -10°$.



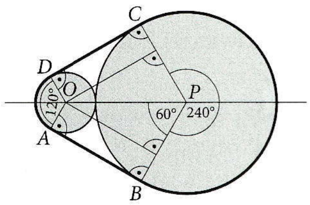
Trójkąty oraz *IEP* oraz O_2BP są podobne, przy czym $\frac{|IE|}{|PE|} = \frac{|O_2B|}{|BP|}$. Podstaw dane

$\frac{|IE|}{5} = \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow |IE| = 2\sqrt{5}$.

Pole trójkąta *PIJ* jest równe $2 \cdot 0{,}5 \cdot |IE| \cdot |PE|$.

Odpowiedź: Pole trójkąta *PIJ* jest równe $10\sqrt{5}$.

8.2.29. Zauważ, że $\cos 60° = \frac{R - r}{|OP|}$. Wyznaczysz z tej zależności rozstaw osi przekładni $|OP| = 32$ cm.



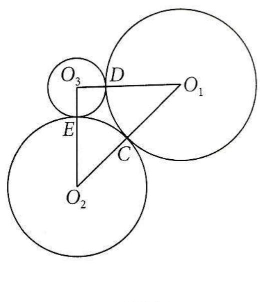
Pas składa się z dwóch łuków wyznaczonych przez kąt środkowy *BPC* w dużym kole (240°) oraz przez kąt środkowy *AOD* w małym kole (120°) oraz odcinków *AB* i *DC*. Pierwszy łuk ma długość $L = \frac{240°}{360°} \cdot 2\pi R$, a drugi $l = \frac{120°}{360°} \cdot 2\pi r$.

$L = 32\pi$ oraz $l = \frac{16}{3}\pi$. Aby obliczyć $|AB| = |CD|$, możesz zastosować twierdzenie Pitagorasa albo jedną z funkcji trygonometrycznych kąta 60° (sinus lub tangens).

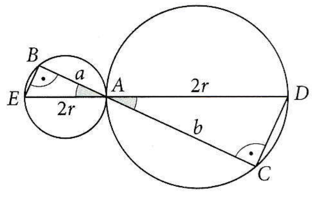
$\sin 60° = \frac{|AB|}{|OP|}$, więc $|AB| = 16\sqrt{3}$. Masz więc $L + l + |AB| + |CD| \approx 172{,}7$ cm.

Odpowiedź: Pas transmisyjny ma długość około 172,7 cm. Rozstaw osi kół wynosi 32 cm.

8.2.30. Odpowiedź: Obwód 60 cm, pole $8\sqrt{26}$ cm$^2 \approx 153$ cm^2.



8.2.31. Trójkąty *AEB* i *ACD* są podobne na podstawie cechy kk. Kąty *ABE* i *ACB* są kątami prostymi, bo oparte są na półokręgu, a kąty *EAB* i *CAD* mają równe miary, bo są kątami wierzchołkowymi. Skalę podobieństwa wyznaczysz, dzieląc długość promienia większego okręgu przez długość promienia mniejszego okręgu:



$k = \frac{51{,}25}{10{,}25} = 5$. $|AC| = 100$ (cm).

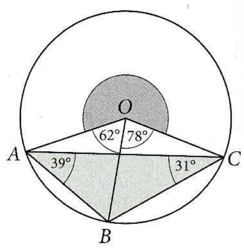
Oblicz $|EB|$ z twierdzenia Pitagorasa: $|EB|^2 + a^2 = 4r^2$. $|EB|^2 = 420{,}75 - 400 = 20{,}25$. $|EB| = 4{,}5$ (cm).
Pole trójkąta AEB jest równe $P_1 = 45$ cm^2. Pole trójkąta ADC jest 25 razy większe.
Odpowiedź: $|AC| = 100$ cm. $P_1 = 45$ cm^2. $P_2 = 1125$ cm^2.

8.2.32. Pole pierwszego wycinka $P_1 = \dfrac{80^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 6^2 = 8\pi$.

Pole drugiego wycinka $P_2 = \dfrac{40^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 3^3 = \pi$.

Odpowiedź: Pole pierwszego wycinka jest 8 razy większe od pola drugiego.

8.2.33. Miara kąta BAC jest dwa razy mniejsza niż miara kąta środkowego BOC opartego na tym samym łuku.
Miara kąta ACB jest dwa razy mniejsza niż miara środkowego kąta AOB opartego na tym samym łuku.
$|\sphericalangle ABC| = 180^\circ - (39^\circ + 31^\circ) = 110^\circ$.
Odpowiedź: 39°, 31°, 110°.



Zestaw za

1. Promień okręgu op
tego trójkąta jest równ
A. $36\sqrt{3}$ cm^2; B.

2. Suma miar kąta śro
łuku jest równa 320°.
A. 20°; B

3. Z punktu P położon
$r = 120$ mm poprowa
jest równa:
A. 119 mm; B

4. Trójkąt ABC, które
podobny do trójkąta
DEF jest równe:
A. 1024; B

5. Do kartonika, które
oraz 16 cm, zapakow
no na rysunku. Jaką
słoików?
A. 384 cm^2; B

6. Okrąg podzielono
sanych opartych na w
A. 24°, 48°, 108°;
C. 15°, $67^\circ30'$, $97^\circ30'$

7. W równoległoboku
odpowiednio długośc
długość:
A. $h = 2{,}5$; B

8. Częścią wspólną ka
tego koła o polu równ
A. 3015 cm^2; B