

EGZAMIN MATURALNY Z MATEMATYKI

III etap edukacyjny

Ogólne wymagania egzaminacyjne

I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

Zdający interpretuje i tworzy teksty o charakterze matematycznym, używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.

II. Wykorzystywanie i interpretowanie reprezentacji.

Zdający używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych, interpretuje pojęcia matematyczne i operuje obiektami matematycznymi.

III. Modelowanie matematyczne.

Zdający dobiera model matematyczny do prostej sytuacji, buduje model matematyczny danej sytuacji.

IV. Użycie i tworzenie strategii.

Zdający stosuje strategię jasno wynikającą z treści zadania, tworzy strategię rozwiązania problemu.

V. Rozumowanie i argumentacja.

Zdający prowadzi proste rozumowania, podaje argumenty uzasadniające poprawność rozumowania.

Szczegółowe wymagania egzaminacyjne

1. Liczby wymierne dodatnie. Zdający:

- 1) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne zapisane w postaci ułamków zwykłych lub rozwinięć dziesiętnych skończonych zgodnie z własną strategią obliczeń (także z wykorzystaniem kalkulatora);
- 2) zamienia ułamki zwykłe na ułamki dziesiętne (także okresowe), zamienia ułamki dziesiętne skończone na ułamki zwykłe;
- 3) zaokrągla rozwinięcia dziesiętne liczb;

- 4) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających ułamki zwykłe i dziesiętne;
 - 5) szacuje wartości wyrażeń arytmetycznych;
 - 6) stosuje obliczenia na liczbach wymiernych do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym.
2. Liczby wymierne (dodatnie i niedodatnie). Zdający:
- 1) interpretuje liczby wymierne na osi liczbowej. Oblicza odległość między dwiema liczbami na osi liczbowej;
 - 2) wskazuje na osi liczbowej zbiór liczb spełniających warunek typu: $x \geq 3$, $x < 5$;
 - 3) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli liczby wymierne;
 - 4) oblicza wartości nieskomplikowanych wyrażeń arytmetycznych zawierających liczby wymierne.
3. Potęgi. Zdający:
- 1) oblicza potęgi liczb wymiernych o wykładnikach naturalnych;
 - 2) zapisuje w postaci jednej potęgi: iloczyny i ilorazy potęg o takich samych podstawach, iloczyny i ilorazy potęg o takich samych wykładnikach oraz potęgę potęgi (przy wykładnikach naturalnych);
 - 3) porównuje potęgi o różnych wykładnikach naturalnych i takich samych podstawach oraz porównuje potęgi o takich samych wykładnikach naturalnych i różnych dodatnich podstawach;
 - 4) zamienia potęgi o wykładnikach całkowitych ujemnych na odpowiednie potęgi o wykładnikach naturalnych.
4. Pierwiastki. Zdający:
- 1) oblicza wartości pierwiastków drugiego i trzeciego stopnia z liczb, które są odpowiednio kwadratami lub sześcianami liczb wymiernych;
 - 2) wyciąga czynnik przed znak pierwiastka oraz włącza czynnik pod znak pierwiastka;
 - 3) mnoży i dzieli pierwiastki drugiego stopnia;
 - 4) mnoży i dzieli pierwiastki trzeciego stopnia.
5. Procenty. Zdający:
- 1) przedstawia część pewnej wielkości jako procent tej wielkości i odwrotnie;
 - 2) oblicza procent danej liczby;
 - 3) oblicza liczbę na podstawie danego jej procentu;

- 4) stosuje obliczenia procentowe do rozwiązywania problemów w kontekście praktycznym, np. oblicza ceny po podwyżce lub obniżce o dany procent, wykonuje obliczenia związane z VAT, oblicza odsetki dla lokaty rocznej.

6. Wyrażenia algebraiczne. Zdający:

- 1) opisuje za pomocą wyrażeń algebraicznych związki między różnymi wielkościami;
- 2) oblicza wartości liczbowe wyrażeń algebraicznych;
- 3) redukuje wyrazy podobne w sumie algebraicznej;
- 4) dodaje i odejmuje sumy algebraiczne;
- 5) mnoży jednomiany, mnoży sumę algebraiczną przez jednomian oraz, w nietrudnych przykładach, mnoży sumy algebraiczne;
- 6) wyłącza wspólny czynnik z wyrazów sumy algebraicznej poza nawias;
- 7) wyznacza wskazaną wielkość z podanych wzorów, w tym geometrycznych i fizycznych.

7. Równania. Zdający:

- 1) zapisuje związki między wielkościami za pomocą równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą, w tym związki między wielkościami wprost proporcjonalnymi i odwrotnie proporcjonalnymi;
- 2) sprawdza, czy dana liczba spełnia równanie stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
- 3) rozwiązuje równania stopnia pierwszego z jedną niewiadomą;
- 4) zapisuje związki między nieznanymi wielkościami za pomocą układu dwóch równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi;
- 5) sprawdza, czy dana para liczb spełnia układ dwóch równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;
- 6) rozwiązuje układy równań stopnia pierwszego z dwiema niewiadomymi;
- 7) za pomocą równań lub układów równań opisuje i rozwiązuje zadania osadzone w kontekście praktycznym.

8. Wykresy funkcji. Zdający:

- 1) zaznacza w układzie współrzędnych na płaszczyźnie punkty o danych współrzędnych;
- 2) odczytuje współrzędne danych punktów;
- 3) odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, argumenty dla danej wartości funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero;

- 4) odczytuje i interpretuje informacje przedstawione za pomocą wykresów funkcji (w tym wykresów opisujących zjawiska występujące w przyrodzie, gospodarce, życiu codziennym);
- 5) oblicza wartości funkcji podanych nieskomplikowanym wzorem i zaznacza punkty należące do jej wykresu.

9. Statystyka opisowa i wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa. Zdający:

- 1) interpretuje dane przedstawione za pomocą tabel, diagramów słupkowych i kołowych, wykresów;
- 2) wyszukuje, selekcjonuje i porządkuje informacje z dostępnych źródeł;
- 3) wyznacza średnią arytmetyczną i medianę zestawu danych;
- 4) analizuje proste doświadczenia losowe (np. rzut kostką, rzut monetą, wyciąganie losu) i określa prawdopodobieństwa najprostszycch zdarzeń w tych doświadczeniach (prawdopodobieństwo wypadnięcia orła w rzucie monetą, dwójki lub szóstki w rzucie kostką, itp.).

10. Figury płaskie. Zdający:

- 1) korzysta ze związków między kątami utworzonymi przez prostą przecinającą dwie proste równoległe;
- 2) rozpoznaje wzajemne położenie prostej i okręgu, rozpoznaje styczną do okręgu;
- 3) korzysta z faktu, że styczna do okręgu jest prostopadła do promienia poprowadzonego do punktu styczności;
- 4) rozpoznaje kąty środkowe;
- 5) oblicza długość okręgu i łuku okręgu;
- 6) oblicza pole koła, wycinka kołowego;
- 7) stosuje twierdzenie Pitagorasa;
- 8) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombch i w trapezach;
- 9) oblicza pola i obwody trójkątów i czworokątów;
- 10) oblicza wymiary wielokąta powiększonego lub pomniejszonego w danej skali;
- 11) oblicza stosunek pól wielokątów podobnych;
- 12) rozpoznaje wielokąty przystające i podobne;
- 13) stosuje cechy przystawiania trójkątów;
- 14) korzysta z własności trójkątów prostokątnych podobnych;

- 15) rozpoznaje pary figur symetrycznych względem prostej i względem punktu. Rysuje pary figur symetrycznych;
- 16) rozpoznaje figury, które mają oś symetrii, i figury, które mają środek symetrii. Wskazuje oś symetrii i środek symetrii figury;
- 17) rozpoznaje symetralną odcinka i dwusieczną kąta;
- 18) konstruuje okrąg opisany na trójkącie oraz okrąg wpisany w trójkąt;
- 19) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności.

11. Bryły. Zdający:

- 1) rozpoznaje graniastoslupy i ostrosłupy prawidłowe;
- 2) oblicza pole powierzchni i objętość graniastoslupa prostego i ostrosłupa.

IV etap edukacyjny (poziom podstawowy i rozszerzony)

Ogólne wymagania egzaminacyjne

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.	
Zdający interpretuje tekst matematyczny. Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik.	Zdający używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.	
Zdający używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.	Zdający rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.
III. Modelowanie matematyczne.	
Zdający dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.	Zdający buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia.
IV. Użycie i tworzenie strategii.	
Zdający stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.	Zdający tworzy strategię rozwiązania problemu.
V. Rozumowanie i argumentacja.	
Zdający prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.	Zdający tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

Szczegółowe wymagania egzaminacyjne

POZIOM PODSTAWOWY	POZIOM ROZSZERZONY
1. Liczby rzeczywiste. Zdający:	
<ol style="list-style-type: none"> 1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamka zwykłego, ułamka dziesiętnego okresowego, z użyciem symboli pierwiastków, potęg); 2) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych); 3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach; 4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych; 5) wykorzystuje podstawowe własności potęg; 6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o wykładniku naturalnym; 7) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej; 8) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok). 	<p>spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $x - a = b$, $x - a < b$, $x - a \geq b$; 2) stosuje w obliczeniach wzór na logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu.

2. Wyrażenia algebraiczne. Zdający:	
<p>1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^2$ oraz $a^2 - b^2$.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) używa wzorów skróconego mnożenia na $(a \pm b)^3$ oraz $a^3 \pm b^3$; 2) dzieli wielomiany przez dwumian $ax + b$; 3) rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias; 4) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany; 5) wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych; 6) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; rozszerza i (w łatwych przykładach) skraca wyrażenia wymierne.
3. Równania i nierówności. Zdający:	
<ol style="list-style-type: none"> 1) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności; 2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; 3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą; 4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą; 5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; 	<p>spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) stosuje wzory Viète'a; 2) rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem; 3) rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych; 4) stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian $x - a$; 5) stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych;

<p>6) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu $x(x + 1)(x - 7) = 0$;</p> <p>7) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. $\frac{x+1}{x+3} = 2, \frac{x+1}{x} = 2x.$</p>	<p>6) rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe;</p> <p>7) rozwiązuje proste nierówności wymierne typu: $\frac{x+1}{x+3} > 2, \frac{x+3}{x^2-16} < \frac{2x}{x^2-4x}$ $\frac{3x-2}{4x-7} \leq \frac{1-3x}{5-4x};$</p> <p>8) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o poziomie trudności nie wyższym, niż: $\ x + 1 - 2 = 3, x + 3 + x - 5 > 12.$</p>
<p>4. Funkcje. Zdający:</p>	
<p>1) określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;</p> <p>2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;</p> <p>3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);</p> <p>4) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x + a)$, $y = f(x) + a$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$;</p> <p>5) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;</p>	<p>spełnia wymagania określone dla poziomego podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x)$, $y = c \cdot f(x)$, $y = f(cx)$;</p> <p>2) szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.</p>

<ul style="list-style-type: none"> 6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie; 7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej; 8) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru; 9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie; 10) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje); 11) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym). 	
<p>5. Ciągi. Zdający:</p>	
<ul style="list-style-type: none"> 1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym; 2) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny; 3) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego; 4) stosuje wzór na n-ty wyraz i na sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego. 	<p>spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu $1/n$, $1/n^2$ oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów; 2) rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy.

6. Trygonometria. Zdający:

<p>1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od 0° do 180°;</p> <p>2) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną);</p> <p>3) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:</p> $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \text{oraz}$ $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha;$ <p>4) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie; 2) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego); 3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych; 4) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych; 5) stosuje wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów; 6) rozwiązuje równania trygonometryczne typu $\sin 2x = \frac{1}{2}$, $\sin 2x + \cos x = 1$, $\sin x + \cos x = 1$.
---	---

7. Planimetria. Zdający:

<ol style="list-style-type: none"> 1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym; 2) korzysta z własności stycznej do okręgu; 3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje cechy podobieństwa trójkątów; 4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi. 	<p>spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu; 2) stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych;
---	--

	<ul style="list-style-type: none"> 3) rozpoznaje figury podobne; wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności; 4) znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów.
8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Zdający:	
<ul style="list-style-type: none"> 1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej); 2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych; 3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt; 4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych; 5) wyznacza współrzędne środka odcinka; 6) oblicza odległość dwóch punktów; 7) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i symetrii środkowej względem początku układu. 	<p>spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1) oblicza odległość punktu od prostej; 2) posługuje się równaniem okręgu $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ oraz opisuje koła za pomocą nierówności; 3) wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu; 4) oblicza współrzędne oraz długość wektora; dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez liczbę. Interpretuje geometrycznie działania na wektorach; 5) stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.
9. Stereometria. Zdający:	
<ul style="list-style-type: none"> 1) rozpoznaje w graniastosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów; 	<p>spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1) określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa płaszczyzną.

<p>2) rozpoznaje w graniastoslupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;</p> <p>3) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości graniastoslupów.</p>	
<p>10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Zdający:</p>	
<p>1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;</p> <p>2) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla poziomu podstawowego, a ponadto:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w sytuacjach kombinatorycznych; 2) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe; 3) korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.
<p>11. Rachunek różniczkowy. Zdający:</p>	
	<ol style="list-style-type: none"> 1) oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych; 2) oblicza pochodne funkcji wymiernych; 3) korzysta z geometrycznej interpretacji pochodnej; 4) korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji; 5) znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych;

	6) stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.
--	---