5. FUNKCJE

5.1. Ogólne własności funkcji

5.1.1. Oblicz $f(2), f\left(\frac{1}{2}\right), f\left(\sqrt{2}\right)$, jeśli:

a) $f(x) = 3x - 2$;

b) $f(x) = 0{,}1x - 12$;

c) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$;

d) $f(x) = \dfrac{1}{x-3}$;

e) $f(x) = -3x^2 + 4x + 3$;

f) $f(x) = \dfrac{3x^2 - 2x}{x+2}$;

g) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4$;

h) $f(x) = 2^x$.

5.1.2. Znajdź miejsca zerowe funkcji:

a) $f(x) = 4x - 2$;

b) $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$;

c) $f(x) = (x-6)(x+5)$;

d) $f(x) = x \cdot (x-7)(x^2+4)$;

e) $f(x) = (x^2 - 3)(2x + 5)$;

f) $f(x) = x^2 + 2x - 15$;

g) $f(x) = \dfrac{4x-8}{x+1}$;

h) $f(x) = \dfrac{3x+2}{x-8}$;

i) $f(x) = \dfrac{x^2-4}{2x-4}$;

j) $f(x) = \dfrac{x^2+4}{2x+4}$;

k) $f(x) = 2^x - 4$.

5.1.3. Sprawdź, czy punkt A należy do wykresu funkcji $f(x)$, gdy:

a) $f(x) = 3x - 4$, $A = \left(\frac{1}{2}, 2\frac{1}{2}\right)$;

b) $f(x) = (x-2)(x+1)$, $A = (2, 0)$;

c) $f(x) = (x-2)^2 + 2$, $A = (-2, 10)$;

d) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$, $A = (3, 22)$;

e) $f(x) = \dfrac{5}{x}$, $A = \left(\sqrt{5}, \sqrt{5}\right)$;

f) $f(x) = \dfrac{2}{x-5}$, $A = (5, 0)$;

g) $f(x) = \dfrac{1}{x} + 3$, $A = (1, 4)$;

h) $f(x) = \dfrac{-2}{x}$, $A = \left(\sqrt[3]{2}, -\sqrt[3]{4}\right)$;

i) $f(x) = 2^x$, $A = (4, 8)$;

j) $f(x) = 2^x - 4$, $A = (3, 4)$;

k) $f(x) = 2^{x+1}$, $A = \left(-2, \frac{1}{2}\right)$;

l) $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $A = (-3, 27)$;

m) $f(x) = 0{,}1 \cdot 2^x$, $A = (3; 0{,}8)$.

5.1.4. Narysuj wykres funkcji danej wzorem:

a) $y = 2x$, $D_f = \{-2, 0, 1, 2, 3\}$;
b) $y = \frac{2}{x}$, $D_f = \left\{-2, 1, 1\frac{1}{2}, 3\right\}$;
c) $y = -2x + 3$, $D_f = \{-3, 0, 3, 6\}$;
d) $y = 2^x - 1$, $D_f = \{0, 1, 2, 4\}$;
e) $y = x^2 + x - 4$, $D_f = \{1, 2, 3\}$;
f) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $D_f = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$;
g) $y = 3x - 2$, $D_f = \{-3, 0, 3, 4\}$;
h) $y = 2^x$, $D_f = \{-2, -1, 0, 1\}$.

5.1.5. Napisz wzór funkcji i podaj jej dziedzinę:
a) krawędzi x sześcianu o krawędzi x przyporządkujemy jego objętość,
b) każdej liczbie rzeczywistej przyporządkujemy liczbę o 5 mniejszą,
c) każdej liczbie rzeczywistej przyporządkujemy jej szóstą część,
d) każdej liczbie naturalnej przyporządkujemy jej sześcian,
e) każdej liczbie całkowitej dodatniej przyporządkujemy liczbę 5 razy większą,
f) każdej liczbie rzeczywistej przyporządkujemy jej wartość bezwzględną,
g) każdej liczbie rzeczywistej przyporządkujemy liczbę przeciwną,
h) każdej liczbie rzeczywistej różnej od zera przyporządkujemy liczbę do niej odwrotną.

5.1.6. Narysuj wykres funkcji przedstawionej za pomocą tabelki:

a)

x	-1	0	1	3	5
y	1	2	1	2	1

b)

x	-1	0	1	3	5
y	1	-1	1	-1	1

c)

x	-1	0	1	3	5
y	-1	2	-1	2	-1

d)

x	-1	0	1	3	5
y	1	1	-1	2	3

e)

x	-1	0	1	3	5
y	-2	-1	0	-1	-2

f)

x	-1	0	1	3	5
y	3	2	1	-1	-3

5.1.7. Dla liczb całkowitych z przedziału $\langle -3; 3\rangle$ przedstaw funkcję $f(x) = 3 - x$ w postaci tabelki oraz wykresu.

5.1.8. Funkcja f przyporządkowuje każdej liczbie ze zbioru $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ resztę z dzielenia tej liczby przez 3. Uzupełnij tabelkę:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	1		0					2	

5.1.9. Sporządź tabe
$\{11, 12, 13, 14, 15, 1$
liczby i liczby 12.

5.1.10. Funkcja f okre
i ma wartości w zbior

5.1.11. Każdej liczbie
Zbiorem wartości tej f

A. zbiór $\left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, 1,\right.$

C. zbiór $\left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}\right.$

5.1.12. Dziedziną fun
wiedząc, że spełnia on
a) zbiorem wartości f
b) funkcja f przyjmuje
c) funkcja f ma dwa d
d) dla każdego ujemne

5.1.13. Na rysunku p
nej funkcji. Odczytaj
malne przedziały, w któ
oraz wartość funkcji dl

5.1.14. Rysunek obok
Podaj jej: dziedzinę (D_f
zerowych (o ile istnieją
rosnąca (malejąca).

5.1.15. Liczba −2 jest m
A. $y = -x - 4$; B. y

5.1.9. Sporządź tabelkę i narysuj wykres funkcji, która każdej liczbie ze zbioru $\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$ przyporządkowuje największy wspólny dzielnik tej liczby i liczby 12.

5.1.10. Funkcja f określona jest na zbiorze $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ wzorem $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}$ i ma wartości w zbiorze Y. Sporządź graf tej funkcji.

5.1.11. Każdej liczbie całkowitej z przedziału $\langle -2; 4)$ przyporządkowano jej połowę. Zbiorem wartości tej funkcji jest:

A. zbiór $\left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, 1, \frac{3}{2}, 2\right\}$;

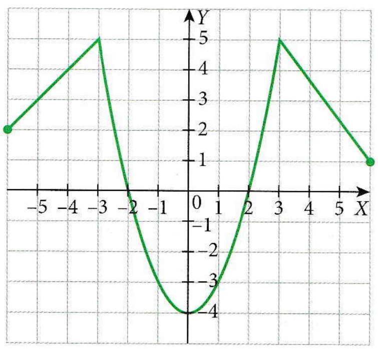
B. przedział $\langle -1; 2)$;

C. zbiór $\left\{-1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}\right\}$;

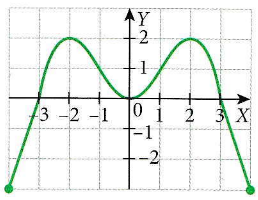
D. przedział $\langle -1; 1\rangle$.

5.1.12. Dziedziną funkcji f jest zbiór $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$. Narysuj wykres funkcji f, wiedząc, że spełnia ona następujące warunki:
a) zbiorem wartości funkcji f jest zbiór $\{-2, 0, 1, 2, 3\}$,
b) funkcja f przyjmuje najmniejszą wartość dla argumentu równego 0,
c) funkcja f ma dwa dodatnie miejsca zerowe,
d) dla każdego ujemnego argumentu x prawdziwa jest równość $f(x) = -x$.

5.1.13. Na rysunku przedstawiono wykres pewnej funkcji. Odczytaj dziedzinę funkcji, maksymalne przedziały, w których funkcja jest rosnąca, oraz wartość funkcji dla $x = -3$.

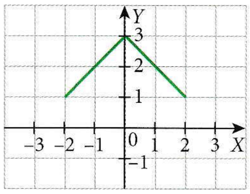


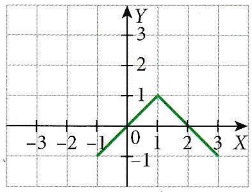
5.1.14. Rysunek obok przedstawia wykres pewnej funkcji. Podaj jej: dziedzinę (D_f), zbiór wartości (W_f), liczbę miejsc zerowych (o ile istnieją), przedziały, w których funkcja jest rosnąca (malejąca).

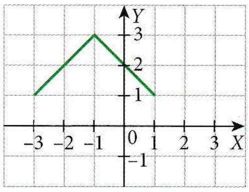


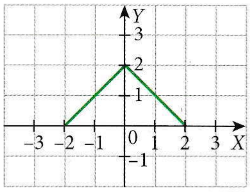
5.1.15. Liczba -2 jest miejscem zerowym funkcji:
A. $y = -x - 4$; B. $y = 2x$; C. $y = 2$; D. $y = x^2 + 4x + 4$.

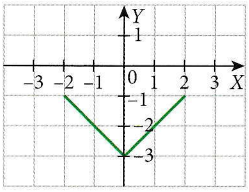
5.1.16. Na rysunku przedstawiono wykres funkcji $y = f(x)$. Po przekształceniu otrzymano wykresy funkcji:
1. $y = f(x + 1)$, 2. $y = f(x - 1)$, 3. $y = -f(x) + 2$,
4. $y = f(x) - 1$, 5. $y = -f(x)$, 6. $y = f(x - 1) - 2$.
Poniżej przedstawiono wykresy tych funkcji. Przyporządkuj wykresy do wzorów.

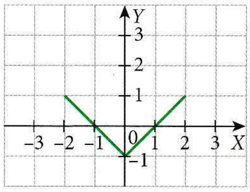


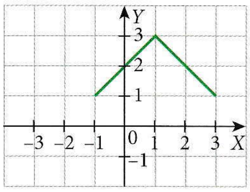
A.


B.


C.


D.


E.


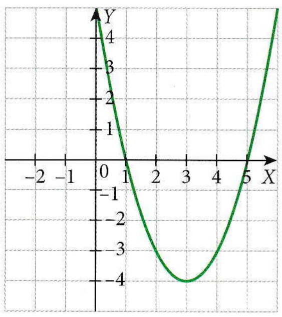
F.


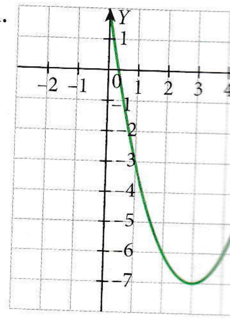
5.1.17. Wykres funkcji $f(x) = \frac{3}{2}x + 3$ przekształcono symetrycznie względem osi OY. Oblicz pole trójkąta, którego wierzchołkami są: wspólny punkt obu wykresów oraz punkty przecięcia tych wykresów z osią OX.

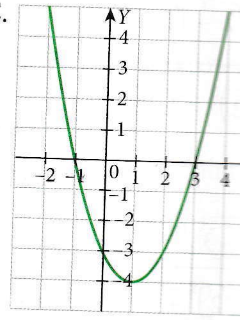
5.1.18. Napisz wzór funkcji, której wykres powstał z wykresu funkcji $f(x) = \frac{5}{x}$ po przesunięciu o 2 jednostki w prawo.

5.1.19. Funkcja $f(x) = 2(x - 2) - 22$ przyjmuje wartość 10 dla argumentu x równego:
A. 11; B. 20; C. 19; D. 18.

5.1.20. Wykres funkcji $f(x)$ przedstawia rysunek obok. Wykres funkcji $f(x + 2)$ jest na rysunku:



A.


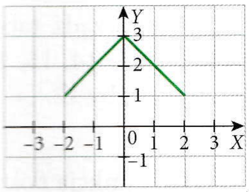
C.


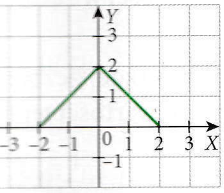
5.1.21. Dana jest funk...

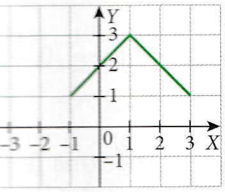
Prawdą jest, że:
A. $f(2) = 0$; B. ...

5.1.22. Oblicz wartość ...

a) $x = 4$;





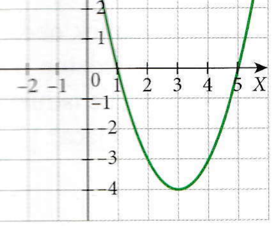


cznie względem osi OY.

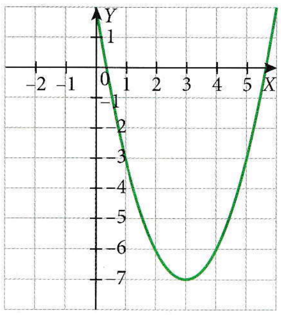
ıkt obu wykresów oraz

su funkcji $f(x) = \frac{5}{x}$ po

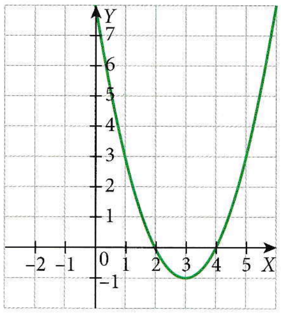
argumentu x równego:
D. 18.



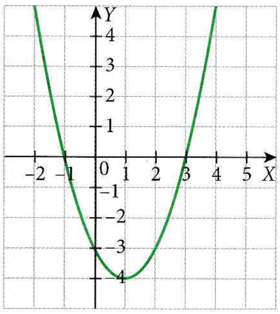
A.



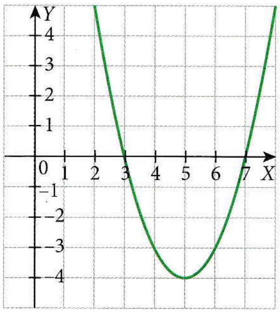
B.



C.



D.



5.1.21. Dana jest funkcja f określona wzorem $f(x) = \begin{cases} 3x - 6 \text{ dla } x < 2 \\ 2 \text{ dla } 2 \le x < 6 \\ x^2 - 30 \text{ dla } x \ge 6 \end{cases}$.

Prawdą jest, że:

A. $f(2) = 0$; B. $f(5) = 2$; C. $f(7) = 20$; D. $f(0) = 2$.

5.1.22. Oblicz wartość funkcji $f(x) = \frac{x^2 - 16}{x + 2}$ dla argumentów:

a) $x = 4$; b) $x = \sqrt{2}$; c) $x = \sqrt{2} - 1$.

Wskazówki. Rozwiązania. Odpowiedzi

5.1.1.

$f(2)$	$f\left(\frac{1}{2}\right)$	$f\left(\sqrt{2}\right)$
a) $3\cdot 2-2=4$	$3\cdot\frac{1}{2}-2=-\frac{1}{2}$	$3\sqrt{2}-2$
b) $0{,}2-12=-11{,}8$	$\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{2}-12=-11{,}95$	$0{,}1\sqrt{2}-12$
c) $3\cdot 2^2-2\cdot 2+1=9$	$3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2-2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)+1=\frac{3}{4}$	$3\left(\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{2}+1$
d) $\frac{1}{2-3}=-1$	$\frac{1}{0{,}5-3}=\frac{-2}{5}$	$\frac{1}{\sqrt{2}-3}=-\frac{-3-\sqrt{2}}{7}$
e) $-3\cdot 2^2+4\cdot 2+3=-1$	$-3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)+3=\frac{17}{4}$	$-3\left(\sqrt{2}\right)^2+4\sqrt{2}+3=$ $=4\sqrt{2}-3$
f) $\frac{3\cdot 2^2-2\cdot 2}{2+2}=2$	$\frac{3\cdot 0{,}5^2-2\cdot 0{,}5}{0{,}5+2}=-0{,}1$	$\frac{3\sqrt{2}^2-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2}=8-5\sqrt{2}$
g) $2^3+2\cdot 2^2-4=12$	$\left(\frac{1}{2}\right)^3+2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2-4=-3\frac{3}{8}$	$\left(\sqrt{2}\right)^3+2\left(\sqrt{2}\right)^2-4=2\sqrt{2}$
h) $2^2=4$	$2^{0{,}5}=\sqrt{2}$	$2^{\sqrt{2}}$

5.1.2. Rozwiąż każde z równań:

a) $4x-2=0 \Rightarrow x=0{,}5$

b) $4x^2-4x+1=0 \Rightarrow (2x-1)^2=0$, więc $x=0{,}5$

c) $(x-6)(x+5)=0 \Rightarrow x=6$ lub $x=-5$

d) $x\cdot(x-7)(x^2+4)=0 \Rightarrow x=0$ lub $x=7$

e) $(x^2-3)(2x+5)=0 \Rightarrow x=-\sqrt{3}$ lub $x=\sqrt{3}$ lub $x=\frac{-5}{2}$

f) $x^2+2x-15=0$, $\Delta=64>0$, $x_1=-5$ lub $x=3$

g) $\frac{4x-8}{x+1}=0 \Rightarrow 4x-8=0$ i $x+1\neq 0$

$x=2$

h) $\frac{3x+2}{x-8}=0 \Rightarrow 3x$

$x=\frac{-2}{3}$

i) $\frac{x^2-4}{2x-4}=0 \Rightarrow x^2-$

$x=-2$

j) $\frac{x^2+4}{2x+4}=0 \Rightarrow x^2+$

Brak miejsc zerowy

k) $2^x-4=0 \Rightarrow 2^x=$

5.1.3. Podstaw współrz

a) $2\frac{1}{2}\neq\frac{3}{2}-4$, bo $2\frac{1}{2}$

b) $0=(2-2)(2+1)$. P

c) $10\neq(-2-2)^2+2$. P

d) $22=3\cdot 3^2-6+1$. P

e) $\sqrt{5}=\frac{5}{\sqrt{5}}$. Punkt A n

f) $0\neq\frac{2}{5-5}$. Punkt A n

g) $4=\frac{1}{1}+3$. Punkt A n

h) $-\sqrt[3]{4}=\frac{-2}{\sqrt[3]{2}}$. Punkt A

i) $8\neq 2^4$. Punkt A nie n

j) $4=2^3-4$. Punkt A n

k) $\frac{1}{2}=2^{-2+1}$. Punkt A n

l) $27=\left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$. Punkt A

m) $0{,}8=0{,}1\cdot 2^3$. Punkt A

h) $\dfrac{3x+2}{x-8}=0 \Rightarrow 3x+2=0$ i $x \neq 0$

$x=\dfrac{-2}{3}$

i) $\dfrac{x^2-4}{2x-4}=0 \Rightarrow x^2-4=0$ i $x \neq 2$

$x=-2$

j) $\dfrac{x^2+4}{2x+4}=0 \Rightarrow x^2+4=0$ i $x \neq -2$

Brak miejsc zerowych.

k) $2^x-4=0 \Rightarrow 2^x=2^2 \Rightarrow x=2$

5.1.3. Podstaw współrzędne punktu A do wzoru:

a) $2\frac{1}{2} \neq \frac{3}{2}-4$, bo $2\frac{1}{2} \neq -2\frac{1}{2}$. Punkt A nie należy do wykresu funkcji.

b) $0=(2-2)(2+1)$. Punkt A należy do wykresu funkcji.

c) $10 \neq (-2-2)^2+2$. Punkt A nie należy do wykresu funkcji.

d) $22=3\cdot 3^2-6+1$. Punkt A należy do wykresu funkcji.

e) $\sqrt{5}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}$. Punkt A należy do wykresu funkcji.

f) $0 \neq \dfrac{2}{5-5}$. Punkt A nie należy do wykresu funkcji, bo 5 nie należy do jej dziedziny.

g) $4=\dfrac{1}{1}+3$. Punkt A należy do wykresu funkcji.

h) $-\sqrt[3]{4}=\dfrac{-2}{\sqrt[3]{2}}$. Punkt A należy do wykresu funkcji.

i) $8 \neq 2^4$. Punkt A nie należy do wykresu funkcji.

j) $4=2^3-4$. Punkt A należy do wykresu funkcji.

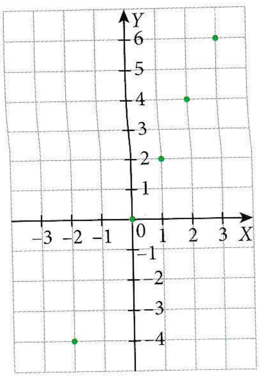
k) $\dfrac{1}{2}=2^{-2+1}$. Punkt A należy do wykresu funkcji.

l) $27=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-3}$. Punkt A należy do wykresu funkcji.

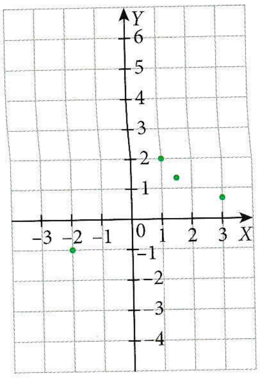
m) $0{,}8=0{,}1\cdot 2^3$. Punkt A należy do wykresu funkcji.

5.1.4.

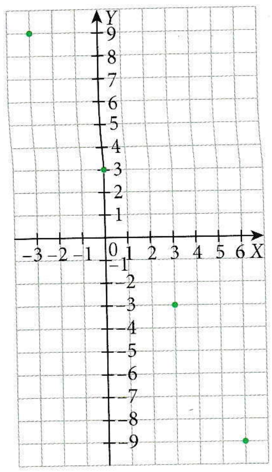
a)



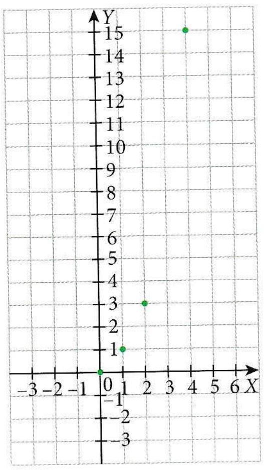
b)



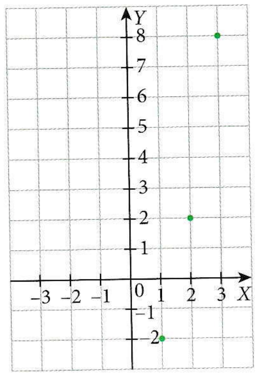
c)



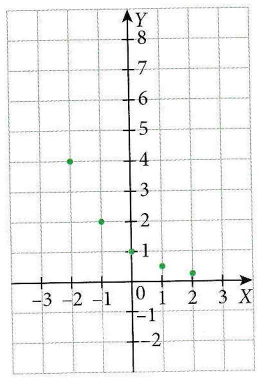
d)



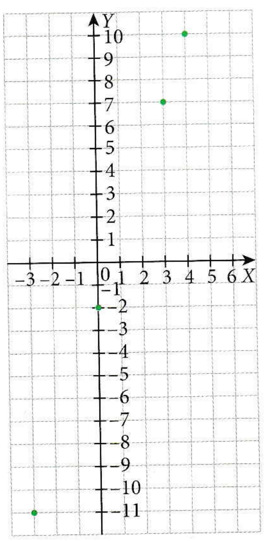
e)



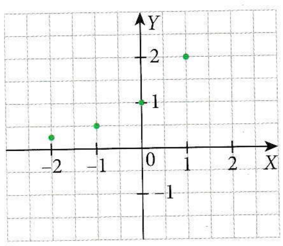
f)



g)



h)



5.1.5. Napisz wzór fun

a) $f(x) = x^3$, $x > 0$;

b) $f(x) = x - 5$;

c) $f(x) = \frac{1}{6}x$;

d) $f(n) = n^3$, gdzie n je

e) $f(c) = 5c$, gdzie c je

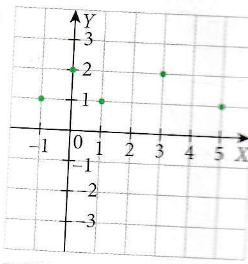
f) $f(x) = |x|$;

g) $f(x) = -x$;

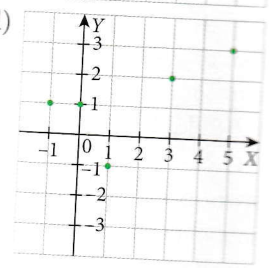
h) $f(x) = \frac{1}{x}$, gdzie $x \neq$

5.1.6.

a)



d)



5.1.7. Dziedziną funkcji je

$D_f = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

Oblicz wartości funkcji dl

$f(-3) = 3 - (-3) = 6, f(-2)$

$f(-1) = 3 - (-1) = 4,\ f(0)$

x	−3	−2	−1	0	1
y	6	5	4	3	2

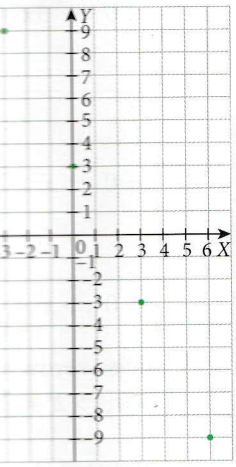
5.1.8.

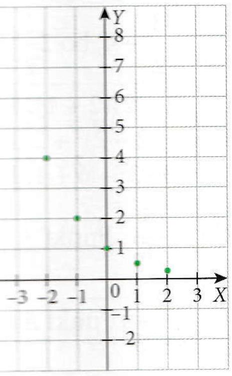
$1 = 0 \cdot 3 + 1,\ 2 = 0 \cdot 3 + 2,\ 3$

$4 = 1 \cdot 3 + 1,\ 5 = 1 \cdot 3 + 2,\ 6$

$7 = 2 \cdot 3 + 1,\ 8 = 2 \cdot 3 + 2,\ 9$

x	1	2	3	4	5	6
y	1	2	0	1	2	0





5.1.5. Napisz wzór funkcji i podaj jej dziedzinę:

a) $f(x) = x^3$, $x > 0$;

b) $f(x) = x - 5$;

c) $f(x) = \frac{1}{6}x$;

d) $f(n) = n^3$, gdzie n jest liczbą naturalną;

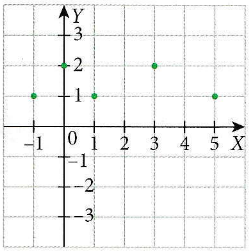
e) $f(c) = 5c$, gdzie c jest liczbą całkowitą dodatnią;

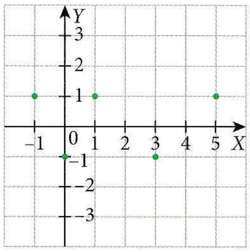
f) $f(x) = |x|$;

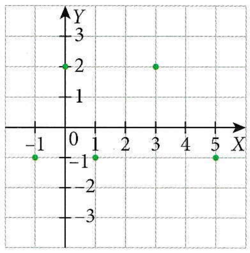
g) $f(x) = -x$;

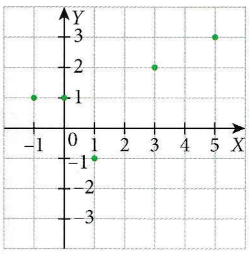
h) $f(x) = \frac{1}{x}$, gdzie $x \neq 0$.

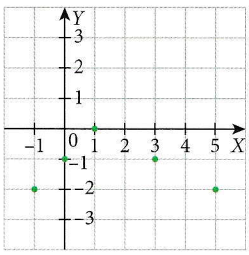
5.1.6.

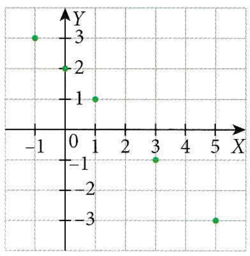
a) 

b) 

c) 

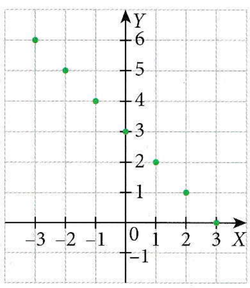
d) 

e) 

f) 

5.1.7. Dziedziną funkcji jest zbiór $D_f = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$.
Oblicz wartości funkcji dla każdego argumentu:
$f(-3) = 3 - (-3) = 6, f(-2) = 3 - (-2) = 5,$
$f(-1) = 3 - (-1) = 4,\ f(0) = 3,\ f(1) = 2, f(2) = 1,\ f(3) = 0$

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y	6	5	4	3	2	1	0



5.1.8.

$1 = 0 \cdot 3 + 1, 2 = 0 \cdot 3 + 2, 3 = 1 \cdot 3 + 0,$
$4 = 1 \cdot 3 + 1, 5 = 1 \cdot 3 + 2, 6 = 2 \cdot 3 + 0,$
$7 = 2 \cdot 3 + 1, 8 = 2 \cdot 3 + 2, 9 = 3 \cdot 3 + 0.$

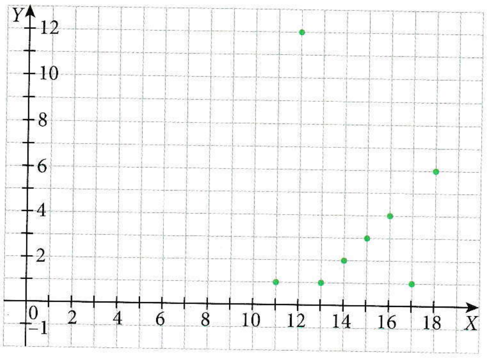
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	1	2	0	1	2	0	1	2	0

Każdą liczbę całkowitą k możesz przedstawić w postaci $k = nd + r$. Zrób to dla każdego argumentu, przyjmując $d = 3$.

5.1.9. Dziedziną danej funkcji jest zbiór $\{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18\}$. Wyznacz największe wspólne dzielniki:

$NWD(11, 12) = 1$, $NWD(15, 12) = 3$,
$NWD(12, 12) = 12$, $NWD(16, 12) = 4$,
$NWD(13, 12) = 1$, $NWD(17, 12) = 1$,
$NWD(14, 12) = 2$, $NWD(18, 12) = 6$.

x	11	12	13	14	15	16	17	18
$f(x)$	1	12	1	2	3	4	1	6

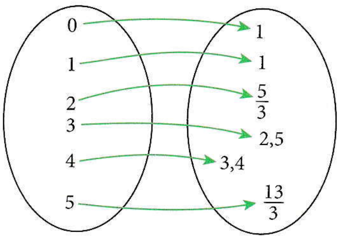


5.1.10. Najpierw wyznacz elementy zbioru Y, obliczając wartości funkcji dla podanych argumentów:

$f(0) = 1$, $f(1) = 1$, $f(2) = \frac{5}{3}$, $f(3) = 2{,}5$,

$f(4) = 3{,}4$, $f(5) = \frac{13}{3}$.

Sporządź graf.



5.1.11. Wzór funkcji: $y = 0{,}5x$. Możesz zrobić tabelkę:

x	−2	−1	0	1	2	3	4
y	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2

Odpowiedź: A.

5.1.12. Spróbuj zrobić tabelkę.

x	−3	−2	−1	0	1	2
y	3	2	1	−2	0	0

Funkcja ma dwa miejsca zerowe, tzn. dla argumentu 1 i 2 funkcja przyjmuje wartość 0.
Dla każdego ujemnego argumentu wartość funkcji jest liczbą przeciwną. W zbiorze wartości jest jeszcze liczba −2. Przyjmuje ją funkcja dla argumentu 0 (jest to najmniejsza wartość).

5.1.13. Dziedzina to przedział $\langle -6, 6\rangle$. Dla $x = -3$ funkcja przyjmuje wartość 5.
Przedziały, w których funkcja rośnie, to $\langle -6, -3\rangle$, $\langle 0, 3\rangle$.
Przedziały, w których funkcja maleje, to $\langle -3, 0\rangle$, $\langle 3, 6\rangle$.

5.1.14.

a) Do dziedziny funkcji należą wszystkie liczby z przedziału $\langle -4, 4\rangle$ ($D_f = \langle -4, 4\rangle$).
b) Zauważ, że najmniejszą wartość $y = -3$ funkcja przyjmuje dla $x = -4$ i $x = 4$. Wszystkie pozostałe wartości są większe.

Największą wartoś
tości to zbiór wszy
$W_f = \langle -3, 2\rangle$.
c) Miejsce zerowe to
Ta funkcja ma trzy
d) Pamiętaj, że przedz
osi OX.
Możesz to zapisać n

x	(−4, −2)	−2
y	↗	2

5.1.15. Podstaw −2 w m
z punktu C przyjmuje t
A. $-(-2) - 4 = -2 \neq 0$;
Odpowiedź: D.

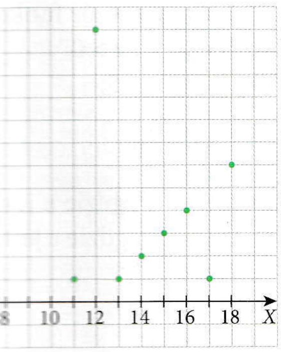
5.1.16. W punkcie 1. wy
2. prz
3. odb
w g
4. prz
5. odb
6. prz
Odpowiedź: 1B, 2F, 3E, 4

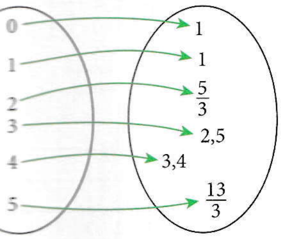
5.1.17. Sporządź odpowied
nych. Najpewniej wierzc
(2, 0) i (0, 3). Jeśli chcesz r
wzór funkcji o wykresie s

$f(x) = \frac{3}{2}x + 3$.

Jest to funkcja $g(x) = f(-x)$

Wykresy obu funkcji prze
punktów przecięcia z osią
$\frac{3}{2}x + 3 \Rightarrow x = -2$ oraz $-\frac{3}{2}$
A więc punkty przecięcia
(2, 0).
Odległość między tymi pun
jego pole jest równe 6.
Odpowiedź: $P = 6$.





funkcja przyjmuje war-

ą przeciwną. W zbiorze
gumentu 0 (jest to naj-

yjmuje wartość 5.

$\langle -4, 4\rangle$ ($D_f = \langle -4, 4\rangle$).
e dla $x = -4$ i $x = 4$.

Największą wartość $y = 2$ funkcja przyjmuje dla $x = -2$ i $x = 2$. Zatem zbiór wartości to zbiór wszystkich liczb rzeczywistych należących do przedziału $\langle -3, 2\rangle$. $W_f = \langle -3, 2\rangle$.

c) Miejsce zerowe to ten argument, dla którego funkcja przyjmuje wartość zero. Ta funkcja ma trzy miejsca zerowe $x = -3$, $x = 0$ i $x = 3$.

d) Pamiętaj, że przedziały, w których funkcja maleje lub rośnie, odczytujemy na osi OX.
Możesz to zapisać np. w tabelce.

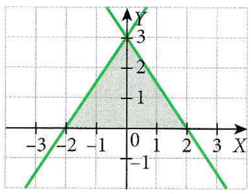
x	$(-4, -2)$	-2	$(-2, 0)$	0	$(0, 2)$	2	$(2, 4)$
y	↗	2	↘	0	↗	2	↘

5.1.15. Podstaw -2 w miejsce x do kolejnych wzorów z punktów A, B i D. Funkcja z punktu C przyjmuje tylko wartość 2 i nie ma miejsc zerowych.
A. $-(-2) - 4 = -2 \neq 0$; B. $2 \cdot (-2) = -4 \neq 0$; D. $(-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 4 = 0$.
Odpowiedź: D.

5.1.16. W punkcie 1. wykres funkcji przesuń o 1 jednostkę w lewo;
2. przesuń o 1 jednostkę w prawo;
3. odbij symetrycznie względem osi OX i przesuń o 2 jednostki w górę;
4. przesuń o 1 jednostkę w dół;
5. odbij symetrycznie względem osi OX;
6. przesuń o 1 jednostkę w prawo i o 2 jednostki w dół.

Odpowiedź: 1B, 2F, 3E, 4C, 5D, 6A.

5.1.17. Sporządź odpowiedni rysunek w układzie współrzędnych. Najpewniej wierzchołki trójkąta to punkty $(-2, 0)$, $(2, 0)$ i $(0, 3)$. Jeśli chcesz mieć pewność, że tak jest, to napisz wzór funkcji o wykresie symetrycznym do wykresu
$f(x) = \frac{3}{2}x + 3$.



Jest to funkcja $g(x) = f(-x) = \frac{3}{2}(-x) + 3$. Po uproszczeniu otrzymasz $g(x) = -\frac{3}{2}x + 3$.

Wykresy obu funkcji przecinają oś OY w punkcie $(0, 3)$. Aby obliczyć współrzędne punktów przecięcia z osią OX, obliczamy miejsca zerowe obu funkcji:
$\frac{3}{2}x + 3 \Rightarrow x = -2$ oraz $-\frac{3}{2}x + 3 = 0 \Rightarrow x = 2$.

A więc punkty przecięcia wykresów funkcji z osią OX mają współrzędne $(-2, 0)$, $(2, 0)$.
Odległość między tymi punktami jest równa 4. Wysokość trójkąta jest równa 3, więc jego pole jest równe 6.
Odpowiedź: $P = 6$.

5.1.18. Odpowiedź: $f(x) = \dfrac{5}{x-2}$.

5.1.19.
I sposób:
Rozwiąż równanie: $2x - 4 - 22 = 10$, $2x - 26 = 10$, więc $2x = 36$, stąd $x = 18$.
II sposób:
Podstaw kolejno podane wartości za x i sprawdź, czy otrzymana równość jest prawdziwa.
A. $f(11) = 2(11 - 2) - 22 = -4 \neq 10$; B. $f(20) = 14 \neq 10$;
C. $f(19) = 12 \neq 10$; D. $f(18) = 10$.
Odpowiedź: D.

5.1.20.
A. Wykres otrzymano, przesuwając wykres funkcji $f(x)$ o 3 w dół. Jest to więc wykres funkcji $f(x) - 3$.
B. Wykres otrzymano, przesuwając wykres funkcji $f(x)$ o 3 w górę. Jest to wykres funkcji $f(x) + 3$.
C. Ten wykres otrzymano, przesuwając wykres funkcji $f(x)$ o 2 jednostki w lewo. Jest to wykres funkcji $f(x + 2)$.
D. Wykres otrzymano, przesuwając wykres funkcji $f(x)$ o 2 jednostki w prawo. Jest to wykres funkcji $f(x - 2)$.
Odpowiedź: C.

5.1.21. Dla argumentów z przedziału $\langle 2, 6)$ wartość funkcji jest równa 2. Stąd wynika, że nieprawdziwe jest stwierdzenie zawarte w punkcie A, bo $f(2) = 2$. Prawdziwe jest stwierdzenie z podpunktu B. Zero jest liczbą mniejszą od 2, więc $f(0) = 3 \cdot 0 - 6 = -6$. Liczba 7 jest liczbą większą od 6, więc $f(7) = 19 \neq 20$.
Odpowiedź: B.

5.1.22.

a) $f(2) = \dfrac{4^2 - 16}{4 + 2} = 0$	Podstaw 4 za x. Odpowiedź: $f(4) = 0$.
b) $f(\sqrt{2}) = \dfrac{\sqrt{2}^2 - 16}{\sqrt{2} + 2} = \dfrac{-14}{\sqrt{2} + 2} = \dfrac{-14(\sqrt{2} - 2)}{2 - 4} = -14 + 7\sqrt{2}$	Podstaw $\sqrt{2}$ za x. Usuń niewymierność z mianownika. Odpowiedź: $f(\sqrt{2}) = -14 + 7\sqrt{2}$.

c) $f(\sqrt{2} - 1) = \dfrac{(\sqrt{2}\ ...}{\sqrt{2}\ ...}$

$= \dfrac{-13 - 2\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1} =$

$= 9 - 11\sqrt{2}$

5.2. Funkcja ...

5.2.1. Napisz wzór fun...
a) $a = 3$, $b = -1$; b)

5.2.2. Napisz wzór fun...
punkt:
a) $A = (-2, 2)$; b)

5.2.3. Napisz wzór fun...
punkt:
a) $A = (-1, 1)$; b)

5.2.4. Narysuj wykres f...

5.2.5. Narysuj wykres f...

5.2.6. Narysuj wykres f...
lony jest do osi OX pod ...

5.2.7. Funkcja liniowa ...
wykres.

5.2.8. Wyznacz wzór fu...
kres przechodzi przez pu...

5.2.9. Znajdź wzór funk...
i trzecią ćwiartkę układu ...

c) $f\left(\sqrt{2}-1\right)=\dfrac{\left(\sqrt{2}-1\right)^2-16}{\sqrt{2}-1+2}=$

$=\dfrac{-13-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}=$

$=9-11\sqrt{2}$

Przy podnoszeniu dwumianu do kwadratu skorzystaj z odpowiedniego wzoru skróconego mnożenia.

Odpowiedź: $f\left(\sqrt{2}-1\right)=9-11\sqrt{2}$.

5.2. Funkcja liniowa

5.2.1. Napisz wzór funkcji liniowej $y = ax + b$, wiedząc, że:
a) $a = 3$, $b = -1$; b) $a = -3$, $b = 0$; c) $a = 0$, $b = 7{,}5$; d) $a = 0$, $b = 0$.

5.2.2. Napisz wzór funkcji liniowej $y = -2x + b$, wiedząc, że do jej wykresu należy punkt:
a) $A = (-2, 2)$; b) $A = (2, -5)$; c) $A = (0, 0)$; d) $A = (-3, 8)$.

5.2.3. Napisz wzór funkcji liniowej $y = ax + 3$, wiedząc, że do jej wykresu należy punkt:
a) $A = (-1, 1)$; b) $A = (3, -6)$; c) $A = (1, 0)$; d) $A = (-4, 11)$.

5.2.4. Narysuj wykres funkcji $y = 2x - 2$.

5.2.5. Narysuj wykres funkcji $y = -3x + 6$.

5.2.6. Narysuj wykres funkcji liniowej, która ma miejsce zerowe $x_0 = -5$, jeśli nachylony jest do osi OX pod kątem $135°$.

5.2.7. Funkcja liniowa $y = 0{,}5x - 2$ jest określona w przedziale $\langle -2, 3\rangle$. Narysuj jej wykres.

5.2.8. Wyznacz wzór funkcji liniowej o współczynniku kierunkowym $\frac{2}{3}$, której wykres przechodzi przez punkt $A = (3, -4)$.

5.2.9. Znajdź wzór funkcji liniowej, której wykres przechodzi przez pierwszą, drugą i trzecią ćwiartkę układu współrzędnych.