

11. ELEMENTY STATYSTYKI, KOMBINATORYKI I RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA

11.1. Statystyka

11.1.1. Oblicz średnią arytmetyczną zestawu liczb:

- a) 211, 206, 214, 206, 209, 202;
 b) 2001, 2003, 2004, 2001, 2005, 2005, 2003, 2004, 2005, 2006;
 c) 3,2; 3,4; 3,1; 3,6; 3,5;
 d) 1,25; 0,1; 1,45; 1,15; 1,40.

11.1.2. Oblicz średnią arytmetyczną zestawu liczb:

a)	wartość	1	2	3	5
	częstość	4	3	1	2

b)	wartość	10	14	4	15
	częstość	3	1	4	2

11.1.3. Wyznacz x , znając średnią arytmetyczną zestawu danych:

a) $\bar{x} = 15,8$	wartość	10	x	14	5
	częstość	6	8	4	12

b) $\bar{x} = 4,25$	wartość	1	8	9	x
	częstość	11	3	4	2

11.1.4. Wyznacz medianę i modę zestawu liczb:

- a) 30, 30, 30, 30, 100, 150, 150, 160, 170;
 b) 11, 11, 12, 15, 16, 17, 18, 28.

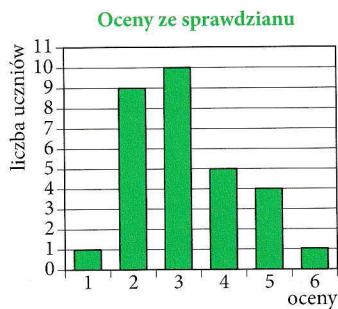
11.1.5. W tabeli przedstawiono wyniki sprzedaży różnych gatunków jabłek.

cena 1 kg w złotych	2,50	2,80	3	3,50
liczba kg	45	50	35	40

- a) Jaka jest mediana ceny?
 b) Wyznacz modę dla tego zestawu.

11.1.6. Odczytaj dane z diagramu i odpowiedz na pytania.

- Ilu było uczniów w klasie?
- Których ocen było najwięcej?
- O ile było więcej ocen dostatecznych od celujących?
- Jaką część wszystkich ocen stanowiły oceny dobre?
- Jaki procent liczby otrzymanych ocen stanowiły „trójki”?
- Jaka była średnia ocen ze sprawdzianu?
- Jaka była mediana?



11.1.7. Oto cytat z Pieśni I, 11 Horacego:

„łap dzień każdy, a nie wierz ni trochę w złudnej przyszłości obietnice płochę”.

- Wypisz liczbę liter występujących w każdym wyrazie.
- Sporządź wykres słupkowy zebranych danych liczbowych.
- Oblicz średnią liczbę liter w wyrazie.
- Oblicz medianę i modę.

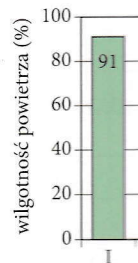
11.1.8. Tabela przedstawia medale olimpijskie zdobyte przez Polaków w niektórych dyscyplinach:

Lp.	Dyscyplina	Złoto	Srebro	Brąz	Razem
1.	lekkoatletyka	23	18	13	54
2.	boks	8	9	26	43
3.	zapasy	5	9	11	25
4.	podnoszenie ciężarów	5	6	21	32
5.	szermierka	4	9	9	22
6.	strzelectwo	4	3	5	12
7.	wioślarstwo	3	3	10	16
8.	judo	3	3	2	8
9.	pięciobój nowoczesny	3	–	–	3
10.	jeździectwo	1	3	2	6
11.	pływanie	1	3	2	6

- Jakich medali Polacy zdobyli więcej – brązowych czy srebrnych i złotych łącznie?
- Jaki procent liczby wszystkich medali stanowiły medale z lekkoatletyki?

11.1.9. Na diagramie które uczniowie klasy...
nu z biologii. Średnia...
równa:
A. 3,5;
C. 3,35;

11.1.10. Diagram prz...
Odchylenie standardo...
A. 8,2;



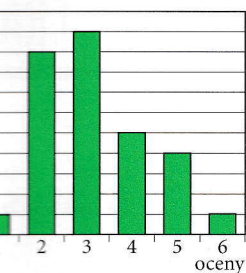
11.1.11. Jagoda z Do...
kilku proponowanych...
przypisały różne wagi.

Kraj
Atrakcyjność (z wagi)
Koszt (z wagi)
Warunki (z wagi)

A. Chorwacja;

11.1.12. Dane na tem...
py koszykarzy zostały...
Oblicz przybliżoną w...
chylenie wzrostu tych

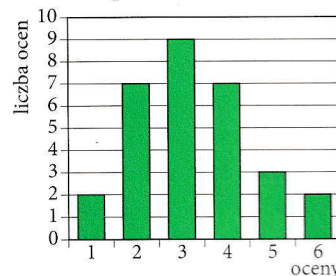
Oceny ze sprawdzianu



11.1.9. Na diagramie przedstawiono rozkład ocen, które uczniowie klasy 1a otrzymali ze sprawdzianu z biologii. Średnia ocen z tego sprawdzianu jest równa:

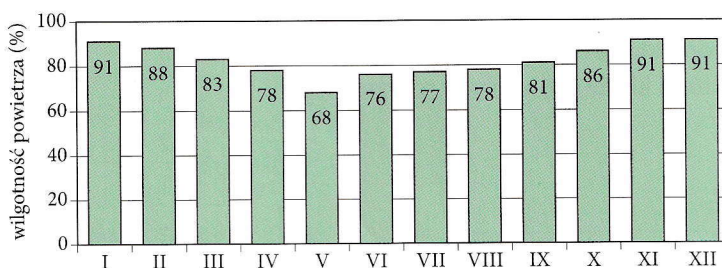
- A. 3,5; B. 3,26;
C. 3,35; D. 3,16.

Sprawdzian – klasa 1a



11.1.10. Diagram przedstawia wilgotność powietrza w Suwałkach w ciągu roku. Odchylenie standardowe tych danych jest równe:

- A. 8,2; B. 7,02; C. 5,73; D. 6,16.



11.1.11. Jagoda z Dorotą chcą pojechać za granicę. W tabelce zapisały swoje oceny kilku proponowanych wycieczek, a trzem najważniejszym według nich kryteriom przypisały różne wagi. Którą wycieczkę powinny wybrać?

Kraj	Wietnam	Chorwacja	Egipt	Hiszpania
Atrakcyjność (z wagą 0,5)	10	7	5	4
Koszt (z wagą 0,3)	3	4	6	6
Warunki (z wagą 0,3)	3	4	6	7

- A. Chorwacja; B. Egipt; C. Hiszpania; D. Wietnam.

11.1.12. Dane na temat wzrostu w centymetrach grupy koszykarzy zostały zapisane w tabeli. Oblicz przybliżoną wartość średnią i standardowe odchylenie wzrostu tych sportowców.

Wzrost (cm)	Częstość
175–179	2
180–184	2
185–189	2
190–194	4
195–199	4
200–205	1

11.1.13. Cukrownia pakuje cukier do torebek, w których powinno być po 1 kilogramie cukru. Masa cukru w torebkach różni się nieznacznie od jednego kilograma. Kontrola jakości postawiła następujący warunek: Jeśli w próbkę losowo wybranych 10 torebek średnia masa cukru pomniejszona o standardowe odchylenie próbki będzie mniejsza od 1000 g, to cała partia cukru zostanie uznana za niedoważoną i nie przejdzie kontroli jakości.

Próba 10 losowo kolejno wybranych torebek ważyła: 1000, 1002, 1005, 999, 999, 1005, 1004, 1002, 1004, 1000. Czy cała partia cukru przejdzie test jakości?

11.1.14. Tabela przedstawia stopnie z matematyki w dwóch klasach – A i B. Ilu uczniów ma klasa A, a ilu klasa B? Oblicz średnią ocenę w klasie A i w klasie B. Oblicz też odchylenie standardowe stopni w obu klasach. W której klasie średnia była lepsza? W której klasie odchylenie standardowe jest wyższe? W której klasie jest większy rozrzut stopni?

Stopień	Liczba uczniów	
	klasa A	klasa B
6	0	2
5	7	2
4	14	6
3	12	5
2	0	5
1	0	3

11.1.15. W poniższych tabelach zaprezentowano wyniki na kolejnych zawodach dwojga sportowców rzucających młotem. Porównaj średnią długość i odchylenie standardowe wyników każdego z nich. Co możesz powiedzieć o formie każdego z nich?

Anita Włodarczyk		
2013	Moskwa	78,46
2013	Nicea	75,62
2014	Zurych	78,76
2014	Marrakesz	75,21
2015	Czeboksary	78,28
2015	Pekin	80,85

Paweł Fajdek		
2013	Moskwa	81,97
2013	Nicea	78,28
2014	Zurych	82,05
2014	Marrakesz	78,05
2015	Gwangju	80,05
2015	Pekin	80,88

11.1.16. Zbiór wyników to: 1, 2, 2, 4, 5, 6, 15.

- Oblicz wartość średnią i standardowe odchylenie tych wyników.
- Z zestawu wyników usunięto liczbę 15. Jak zmieni się średnia i odchylenie standardowe? Spróbuj przewidzieć odpowiedź, a potem potwierdź ją obliczeniami.
- Z zestawu wyników usunięto liczbę 5. Jak zmieni się średnia i odchylenie standardowe? Spróbuj przewidzieć odpowiedź, a potem potwierdź ją rachunkiem.

11.1.1. a) Aby obliczyć wyniki i podzielić p

Wszystkie liczby są
Wtedy średnia $\bar{x} =$

- $\bar{x} = 2000 + \frac{1+3}{2}$
- $\bar{x} = 3,36$;
- $\bar{x} = (1,25 + 0,1 +$

11.1.2.
a) Dla zestawu liczb

średnią obliczysz

b) Dla zestawu liczb

$$\bar{x} = \frac{10 \cdot 3 + 14 \cdot 1}{3 + 1}$$

11.1.3. Jeżeli znasz śr
rozwiązując odpowie

- $15, 8 = \frac{10 \cdot 6 + x \cdot 6}{6 +}$
Odpowiedź: $x = 3$
- $4,25 = \frac{1 \cdot 11 + 8 \cdot 3}{11 + 3}$
Odpowiedź: $x = 7$

11.1.4.
a) Moda zestawu liczb
wartością jest 30. I
nych. W tym przyp

Wskazówki. Rozwiązania. Odpowiedzi

11.1.1. a) Aby obliczyć średnią arytmetyczną zestawu liczb, możesz dodać wszystkie wyniki i podzielić przez ich liczbę: $\bar{x} = \frac{211 + 206 + 214 + 206 + 209 + 202}{6} = 208$.

Wszystkie liczby są bliskie liczby 210. Możesz więc od każdej z nich odjąć 210.

Wtedy średnia $\bar{x} = 210 + \frac{1 - 4 + 4 - 4 - 1 + 2}{6} = 210 - 2 = 208$;

b) $\bar{x} = 2000 + \frac{1 + 3 + 4 + 1 + 5 + 5 + 3 + 4 + 5 + 6}{10} = 2000 + 3,7 = 2003,7$;

c) $\bar{x} = 3,36$;

d) $\bar{x} = (1,25 + 0,1 + 1,45 + 1,15 + 1,40) : 5 = 1,07$.

11.1.2.

a) Dla zestawu liczb:

wartość	1	2	3	5
częstość	4	3	1	2

średnią obliczysz w następujący sposób: $\bar{x} = \frac{1 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 1 + 5 \cdot 2}{4 + 3 + 1 + 2} = 2,3$;

b) Dla zestawu liczb:

wartość	10	14	4	15
częstość	3	1	4	2

$\bar{x} = \frac{10 \cdot 3 + 14 \cdot 1 + 4 \cdot 4 + 15 \cdot 2}{3 + 1 + 4 + 2} = 9$.

11.1.3. Jeżeli znasz średnią arytmetyczną zestawu danych, to x możesz wyznaczyć, rozwiązując odpowiednie równanie.

a) $15,8 = \frac{10 \cdot 6 + x \cdot 8 + 14 \cdot 4 + 5 \cdot 12}{6 + 8 + 4 + 12} \Rightarrow 15,8 \cdot 30 = 176 + 8x$

Odpowiedź: $x = 37,25$.

b) $4,25 = \frac{1 \cdot 11 + 8 \cdot 3 + 9 \cdot 4 + x \cdot 2}{11 + 3 + 4 + 2} \Rightarrow 4,25 \cdot 20 = 71 + 2x$

Odpowiedź: $x = 7$.

11.1.4.

a) Moda zestawu liczb to wartość występująca najczęściej. W tym przypadku taką wartością jest 30. Mediana to wartość środkowa uporządkowanego zestawu danych. W tym przypadku – piąta wartość, czyli 100.

winno być po 1 kilo-
d jednego kilograma.
ce losowo wybranych
odchylenie próbki bę-
za niedoważoną i nie

002, 1005, 999, 999,
st jakości?

Liczba uczniów	
klasa A	klasa B
0	2
7	2
14	6
12	5
0	5
0	3

kolejnych zawodach
ługość i odchylenie
ć o formie każdego

Fajdek	
kwa	81,97
cea	78,28
ych	82,05
akesz	78,05
ngju	80,05
kin	80,88

ów.
ia i odchylenie stan-
ż ją obliczeniami.
odchylenie standar-
ą rachunkiem.

b) Moda tego zestawu to 11. Zestaw zawiera parzystą liczbę danych. Aby wyznaczyć medianę, trzeba obliczyć średnią arytmetyczną dwóch środkowych wartości:

$$\frac{15 + 16}{2} = 15,5.$$

11.1.5.

a)

cena 1 kg	2,50	2,80	3	3,50
liczba kg	45	50	35	40

Razem jest 170 danych, a więc mediana ceny jest średnią arytmetyczną 85. i 86. wartości. W tym przypadku równa 2,80.

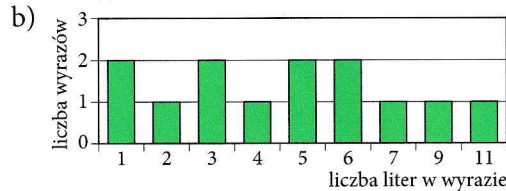
b) Moda dla tego zestawu to również 2,80.

11.1.6. Otrzymano jedną „jedynkę”, dziewięć „dwójek”, dziesięć „trójek”, pięć „czwórek”, cztery „piątki” i jedną „szóstkę”.

- a) W klasie było 30 uczniów;
- b) najwięcej było ocen dostatecznych;
- c) ocen dostatecznych było o 9 więcej od celujących;
- d) oceny dobre stanowiły $\frac{1}{6}$ wszystkich ocen;
- e) „trójki” stanowiły 33,3% liczby otrzymanych ocen;
- f) średnia ocen ze sprawdzianu wynosiła 3,17;
- g) mediana $M = 3$.

11.1.7.

a) Po uporządkowaniu liczba liter w wyrazach: 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 9, 11;



- c) 4,3;
- d) mediana $M = 5$; ten zestaw danych jest wielomodalny: 1, 5, 6.

11.1.8.

- a) Polacy zdobyli 60 złotych, 66 srebrnych i 101 brązowych medali. Więcej jest brązowych medali niż złotych i srebrnych razem.
- b) Wszystkich medali było 227. 54 medale z lekkoatletyki stanowiły 23,8% wszystkich medali.

11.1.9. $\bar{x} = (1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots)$
Odpowiedź: B.

11.1.10. Oblicz średnią arytmetyczną i odchylenie standardowe m...
nie standardowe m...
tów a kwadratem śr...
Odpowiedź: B.

11.1.11. Oblicz średnią arytmetyczną...
Wietnam: $\bar{x}_W = \frac{10 \cdot 0,5 + \dots}{\dots}$

Chorwacja: $\bar{x}_C = \frac{7 \cdot 0,5 + \dots}{\dots}$

Egipt: $\bar{x}_E = \frac{5 \cdot 0,5 + \dots}{0,5}$

Hiszpania: $\bar{x}_H = \frac{4 \cdot 0,5 + \dots}{\dots}$

Jagoda i Dorota pow...
Odpowiedź: D.

11.1.12. W przypadku...
 $\bar{x} = \frac{177 \cdot 2 + 182 \cdot 2 + \dots}{\dots}$

182, 187, 192, 197 i...
odpowiednich przed...
Jest kilka sposobów...

I sposób: Stosując wz...

$$\sigma = \sqrt{\frac{2(177 - 190)^2 + 2(182 - 190)^2 + \dots}{n}}$$

Zatem $\sigma = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$

II sposób: Sporządź t...
kową wartość każdej...
poprzednimi wartośc...
klas przez wartość z p...

lanych. Aby wyzna-
rodkowych wartości:

$$11.1.9. \bar{x} = (1 \cdot 2 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 9 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 3 + 6 \cdot 2) : 30 = 3,26.$$

Odpowiedź: B.

11.1.10. Oblicz średnią wartości $\bar{x} = 82,33$ oraz średnią kwadratów: 6827,5. Odchylenie standardowe możesz obliczyć jako pierwiastek z różnicy między średnią kwadratów a kwadratem średniej: $\sigma = \sqrt{6827,5 - 82,33^2} = \sqrt{49,27} = 7,02$.

Odpowiedź: B.

ymetyczną 85. i 86.

11.1.11. Oblicz średnią ważoną punktacji dla każdej z wycieczek.

$$\text{Wietnam: } \bar{x}_W = \frac{10 \cdot 0,5 + 3 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,3}{0,5 + 0,3 + 0,3} = 6,11;$$

$$\text{Chorwacja: } \bar{x}_C = \frac{7 \cdot 0,5 + 4 \cdot 0,3 + 4 \cdot 0,3}{0,5 + 0,3 + 0,3} = 5,36;$$

$$\text{Egipt: } \bar{x}_E = \frac{5 \cdot 0,5 + 6 \cdot 0,3 + 6 \cdot 0,3}{0,5 + 0,3 + 0,3} = 5,55;$$

$$\text{Hiszpania: } \bar{x}_H = \frac{4 \cdot 0,5 + 6 \cdot 0,3 + 7 \cdot 0,3}{0,5 + 0,3 + 0,3} = 5,36.$$

Jagoda i Dorota powinny pojechać do Wietnamu.

Odpowiedź: D.

„trójkę”, pięć „czwó-

11.1.12. W przypadku danych pogrupowanych w klasy średnią możesz obliczyć tak:

$$\bar{x} = \frac{177 \cdot 2 + 182 \cdot 2 + 187 \cdot 2 + 192 \cdot 4 + 197 \cdot 4 + 202 \cdot 1}{2 + 2 + 2 + 4 + 4 + 1} = \frac{2850}{15} = 190, \text{ gdzie } 177,$$

5, 6, 6, 7, 9, 11;

182, 187, 192, 197 i 202 są środkami przedziałów, a 2, 2, 2, 4, 4 i 1 są liczebnościami odpowiednich przedziałów.

Jest kilka sposobów obliczenia odchylenia standardowego.

I sposób: Stosując wzór:

$$\sigma = \sqrt{\frac{2(177 - 190)^2 + 2(182 - 190)^2 + 2(187 - 190)^2 + 4(192 - 190)^2 + 4(197 - 190)^2 + (202 - 190)^2}{15}}$$

$$\text{Zatem } \sigma = \sqrt{56} = 2 \sqrt{14} \approx 7,48.$$

dali. Więcej jest brą-

owiały 23,8% wszyst-

II sposób: Sporządź tabelę, w której w kolejnych rubrykach wpiszesz: liczbę klas, środkową wartość każdej klasy, średnią liczbę uczniów w klasie, różnicę między dwiema poprzednimi wartościami z pominięciem znaku, kwadrat tej różnicy, iloczyn liczby klas przez wartość z poprzedniej kolumny.

	n_i	x_i	\bar{x}	$ x_i - \bar{x} $	$(x_i - \bar{x})^2$	$n_i(x_i - \bar{x})^2$
	2	177	190	13	169	338
	2	182	190	8	64	128
	2	187	190	3	9	18
	4	192	190	2	4	16
	4	197	190	7	49	196
	1	201	190	12	144	144
suma	35					840

Odchylenie standardowe obliczysz tak: $\sigma = \sqrt{\frac{840}{15}} = \sqrt{56} \approx 7,48$.

III sposób: Możesz też obliczyć odchylenie standardowe jako pierwiastek z różnicy między średnią kwadratów a kwadratem średniej.

$$\sigma = \sqrt{\frac{2 \cdot 177^2 + 2 \cdot 182^2 + 2 \cdot 187^2 + 4 \cdot 192^2 + 4 \cdot 197^2 + 201^2}{15} - 190^2}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2 \cdot 31329 + 2 \cdot 33124 + 2 \cdot 34969 + 4 \cdot 36864 + 4 \cdot 38809 + 40804}{15} - 36100}$$

$$= \sqrt{\frac{542340}{15} - 36100} \approx 7,48.$$

11.1.13. Uporządkuj dane, żeby można je było łatwiej zgrupować.

999, 999, 1000, 1000, 1002, 1002, 1004, 1004, 1005, 1005

Następnie oblicz średnią wagę torebki cukru.

$$\bar{x} = \frac{999 \cdot 2 + 1000 \cdot 2 + 1002 \cdot 2 + 1004 \cdot 2 + 1005 \cdot 2}{10} = 1002$$

Możesz też obliczyć średnią odchyień od kilograma.

$$\bar{x} = \frac{(-1) \cdot 2 + 0 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + 5 \cdot 2}{10} + 1000 = 1002$$

Teraz oblicz odchylenie standardowe dowolnym sposobem. Oto przykładowe obliczenie:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(-3)^2 \cdot 2 + (-2)^2 \cdot 2 + 0^2 \cdot 2 + 2^2 \cdot 2 + 3^2 \cdot 2}{10}} = \sqrt{\frac{52}{10}} \approx 2,28.$$

Odpowiedź: Ta partia cukru nie przeszła testu jakości. W większej partii cukru będzie zbyt dużo niedoważonych torebek. Ponieważ na ogół trudno zmniejszyć standardowe odchylenie, bo wymaga to remontu dozownika sypiącego cukier, bezpieczniej jest ustawić dozownik na więcej cukru.

11.1.14. W klasie A 33

Oblicz średnią wagę

$$\bar{x}_A = \frac{6 \cdot 0 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 10}{15}$$

i w klasie B:

$$\bar{x}_B = \frac{6 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 4 \cdot 10}{15}$$

Teraz oblicz odchylenie

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{6^2 \cdot 0 + 5^2 \cdot 7 + 4^2 \cdot 10}{15} - \bar{x}_A^2}$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{6^2 \cdot 2 + 5^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 10}{15} - \bar{x}_B^2}$$

Odpowiedź: Średnia większe w klasie B. W

11.1.15. Gdy wyniki o

sposób, aby nie trzeba

Odejmij od każdego

Otrzymasz wtedy liczb

Suma tych liczb jest r

gość rzutu Anity jest

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{19,38}{6} - \left(\frac{-1,4}{6}\right)^2}$$

Analogicznie zrób z v

Otrzymasz różnicę r

równa 1,28, a suma k

Zatem średnia rzutu k

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{15,62}{6} - \left(\frac{1,28}{6}\right)^2}$$

Odpowiedź: Średni r

dowe Anity było więk

11.1.14. W klasie A 33 uczniów, w klasie B tylko 23.

Oblicz średnią ważoną stopni w klasie A:

$$\bar{x}_A = \frac{6 \cdot 0 + 5 \cdot 7 + 4 \cdot 14 + 3 \cdot 12 + 2 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{33} \approx 3,84,$$

i w klasie B:

$$\bar{x}_B = \frac{6 \cdot 2 + 5 \cdot 2 + 4 \cdot 6 + 3 \cdot 5 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 3}{23} \approx 3,22.$$

Teraz oblicz odchylenia standardowe w obu klasach.

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{6^2 \cdot 0 + 5^2 \cdot 7 + 4^2 \cdot 14 + 3^2 \cdot 12 + 2^2 \cdot 0 + 1^2 \cdot 0}{33} - 3,84^2} \approx 0,79.$$

$$\sigma_B = \sqrt{\frac{6^2 \cdot 2 + 5^2 \cdot 2 + 4^2 \cdot 6 + 3^2 \cdot 5 + 2^2 \cdot 5 + 1^2 \cdot 3}{23} - 3,22^2} \approx 1,44.$$

Odpowiedź: Średnia ocena była wyższa w klasie A, jednak zróżnicowanie ocen było większe w klasie B. Większy jest także rozrzut stopni.

11.1.15. Gdy wyniki oscylują wokół jakiejś liczby, łatwiej jest średnią obliczyć w taki sposób, aby nie trzeba było wykonywać działań na dużych liczbach.

Odejmij od każdego wyniku Anity liczbę 78.

Otrzymasz wtedy liczby: 0,46; (-2,38); 0,76; (-2,79); 0,28; 2,25.

Suma tych liczb jest równa (-1,42), a suma ich kwadratów 19,38. Zatem średnia długość rzutu Anity jest równa:

$$\bar{x}_A = 78 + \frac{-1,42}{6} \approx 77,76, \text{ a odchylenie standardowe:}$$

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{19,38}{6} - \left(\frac{-1,42}{6}\right)^2} \approx 1,78.$$

Analogicznie zrób z wynikami Pawła. Odejmij od każdego wyniku 80.

Otrzymasz różnice równe: 1,97; (-1,72); 2,05; (-1,95); 0,05; 0,88. Suma tych liczb jest równa 1,28, a suma kwadratów 15,62.

Zatem średnia rzutu Pawła wynosi $\bar{x}_P = 80 + \frac{1,28}{6} \approx 80,21$, a odchylenie standardowe:

$$\sigma_P = \sqrt{\frac{15,62}{6} - \left(\frac{1,28}{6}\right)^2} \approx 1,6$$

Odpowiedź: Średni rzut Pawła był dłuższy niż średni rzut Anity. Odchylenie standardowe Anity było większe, co oznacza, że Paweł miał bardziej ustabilizowaną formę.

11.1.16.

$$a) \bar{x} = \frac{1+2+2+4+5+6+15}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1^2+2^2+2^2+4^2+5^2+6^2+15^2}{7} - 5^2} = \sqrt{\frac{311}{7} - 25}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{136}{7}} \approx 4,41$$

b) Hipoteza: Oba parametry się zmniejszą. Wykonaj obliczenia, aby ją sprawdzić.

$$\text{Nowa średnia: } \bar{x} = \frac{1+2+2+4+5+6}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

Nowe odchylenie standardowe:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1^2+2^2+2^2+4^2+5^2+6^2}{6} - 5^2} = \sqrt{\frac{86}{6} - \left(\frac{10}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{43}{3} - \frac{100}{9}}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{29}{9}} \approx 1,80$$

c) Średnia się nie zmieni, wariancja się zwiększy. Wykonaj obliczenia, aby to sprawdzić:

Nowa średnia to

$$\bar{x} = \frac{1+2+2+4+6+15}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

(Bez rachunku było to wiadome, bo usunięcie liczby równej co do wartości średniej zestawu wyników nie zmienia tej średniej.)

Nowe odchylenie standardowe to

$$\sigma = \sqrt{\frac{(1-5)^2 + (2-5)^2 + (2-5)^2 + (4-5)^2 + (6-5)^2 + (15-5)^2}{6}} = \sqrt{\frac{136}{6}}$$

A więc nowe standardowe odchylenie to

$$\sigma = \sqrt{\frac{136}{6}} = \sqrt{\frac{68}{3}} \approx 4,76.$$

11.2. Komb

11.2.1. Ile różnych liter wyrazu KRA?

11.2.2. Ośmiocyfrowy numer 825. Liczba różnych cyfr w nim. A. 6561;

11.2.3. Ile dwucyfrowych liczb jest podzielnych przez 10?

11.2.4. Ile trzycyfrowych liczb jest podzielnych przez 10? Tekst musi być różna o

11.2.5. Rzucasz dwiema kostkami. Ile razy pierwszą kostką do p otrzymaną?

11.2.6. Rzucasz dwiema kostkami. Ile razy drugą kostką do p otrzymaną? Jakie wyniki m

11.2.7. Ile różnych liter słowa ZABAWA? A. 120;

11.2.8. Ile różnych liter wyrazu KONC

11.2.9. Radek ma 3 p wybrać zestaw: spod na które mógłby się u

11.2.10. Weronika d numer: 112 lub 113 lub WANDA, a nastę dojazdu do pracy?

11.2.11. W piórniku ny i zielony), trzy zak