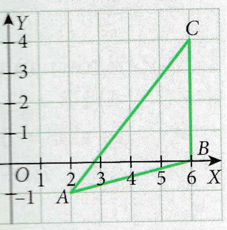
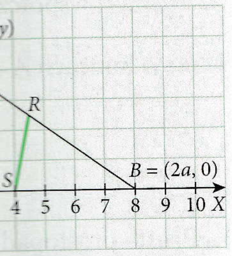
m:
). $a = 2$.

e. Wyznacz m.
$n = -2$ lub $m = 2$.





$1, -1)$, $C = (-1, -6)$,

$C = (1, -4)$. Napisz

$1)$ jest środkiem od-

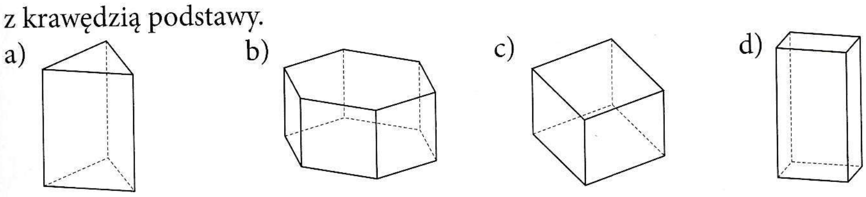
erzchołkach
aniu $2x - 3y + 14 = 0$

10. STEREOMETRIA

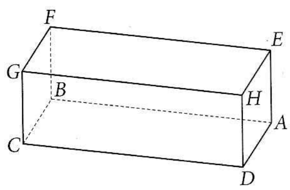
10.1. Graniastosłupy

10.1.1. Wykonaj rysunek:
a) graniastosłupa prawidłowego czworokątnego;
b) sześcianu;
c) graniastosłupa prawidłowego trójkątnego;
d) graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego.

10.1.2. Na rysunkach poniżej zaznacz kąt, jaki tworzy przekątna ściany bocznej z krawędzią podstawy.



10.1.3. Zaznacz na rysunku graniastosłupa:
a) kąt między przekątną BH a krawędzią AB;
b) kąt między przekątną CE a przekątną podstawy AC;
c) kąt między przekątną HC ściany a przekątną EC graniastosłupa.



10.1.4. Oblicz pole powierzchni całkowitej graniastosłupa prawidłowego trójkątnego, którego krawędź podstawy ma długość 2,5, a wysokość 10.

10.1.5. Oblicz objętość prostopadłościanu o wymiarach: 8 dm, 2,4 m, 15 cm.

10.1.6. Przekątna podstawy prostopadłościanu ma długość $\sqrt{5}$.
Jaką długość ma przekątna prostopadłościanu, jeśli jego wysokość równa jest 2?

10.1.7. Oblicz pole powierzchni sześcianu, którego suma długości wszystkich krawędzi jest równa 156 cm.

10.1.8. Akwarium ma wymiary: 60 cm długości, 3 dm szerokości i 40 cm wysokości.
Ile litrów wody potrzeba do napełnienia akwarium do $\frac{3}{4}$ jego wysokości?

10.1.9. Masa jednego cm^3 stali jest równa 7,8 g. Jaką masę ma szyna długości 4 m, szerokości 10 cm i grubości 6 cm?

10.1.10. Najdłuższa przekątna prawidłowego graniastosłupa sześciokątnego o długości d tworzy z krawędzią boczną graniastosłupa kąt o mierze α. Oblicz cosinus kąta α, jeśli stosunek długości krawędzi bocznej graniastosłupa do długości krawędzi podstawy jest równy $\sqrt{21}$.

10.1.11. W prawidłowym graniastosłupie trójkątnym krawędź podstawy ma długość równą 75% jego wysokości. Oblicz miarę kąta między przecinającymi się przekątnymi ścian bocznych tego graniastosłupa.

10.1.12. Oblicz cosinus kąta nachylenia przekątnej d sześcianu do płaszczyzny podstawy.

10.1.13. W graniastosłupie czworokątnym prawidłowym przekątna o długości $d = 48$ jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = 60°$. Oblicz długości wszystkich krawędzi tego graniastosłupa.

10.1.14. Krótsza przekątna graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego nachylona jest do podstawy pod kątem $\alpha = 30°$. Oblicz pole powierzchni bocznej tego graniastosłupa, jeśli krawędzie jego podstawy tego graniastosłupa mają długość $a = 9$.

10.1.15. Miara kąta między sąsiednimi ścianami bocznymi graniastosłupa prawidłowego sześciokątnego jest równa:
A. 60°; B. 90°; C. 120°; D. 150°.

10.1.16. Pole przekroju sześcianu płaszczyzną prostopadłą do podstawy i przechodzącą przez środki sąsiednich krawędzi podstaw sześcianu jest równe $18\sqrt{2}$. Oblicz długość krawędzi sześcianu.

10.1.17. Prostopadłościan $ABCDA_1B_1C_1D_1$ o krawędziach $2\sqrt{2}$, $4\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$ przecięto płaszczyzną zawierającą przekątne ścian bocznych AB_1 i B_1C o wspólnym wierzchołku i przekątną AC podstawy. Oblicz pole otrzymanego przekroju.

10.1.18. Prostopadłościan, którego krawędzie wychodzące z jednego wierzchołka mają długości 8, 10 i 24, przecięto płaszczyzną przechodzącą przez równoległe przekątne przeciwległych ścian o największej powierzchni. Oblicz pole otrzymanego przekroju.

10.1.19. Dany jest sz
wędź AA_1 tak, że $|AR$
że $|C_1R| = 2|RC|$. Czy p

10.1.20. Pole powier
12 razy większe od pol
przekątnej ściany bocz

10.1.21. Przekątna gr
jest nachylona do płas
powierzchni całkowite

10.1.22. Przekątna B
o wspólnym wierzchoł
Wykaż, że $\cos^2\alpha$ + cos

10.1.23. Miara kąta n
Wtedy:
A. $\alpha > 60°$; B.

10.1.24. Kąt nachylen
Prawdą jest, że:
A. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; B.

10.1.25. Długości kr
$c = 16$. Pole przekroju
szych ścian bocznych
A. 200; B.

10.1.26. Powierzchni
winięciu jest kwadrat
Pole podstawy granias
A. 4; B

10.1.27. W graniasto
długość 12. Oblicz tan
słupa z płaszczyzną p

10.1.28. Podstawą gr
Krótsza przekątna teg
tego graniastosłupa.

10.1.19. Dany jest sześcian $ABCDA_1B_1C_1D_1$ o krawędzi $a = 6$. Punkt P dzieli krawędź AA_1 tak, że $|AP| = 2|PA_1|$. Analogicznie, punkt R dzieli krawędź CC_1 tak, że $|C_1R| = 2|RC|$. Czy przekrój $PBRD_1$ jest prostokątem? Oblicz jego obwód L.

10.1.20. Pole powierzchni bocznej graniastosłupa prawidłowego trójkątnego jest 12 razy większe od pola podstawy tego graniastosłupa. Oblicz sinus kąta nachylenia przekątnej ściany bocznej do sąsiedniej ściany bocznej.

10.1.21. Przekątna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego długości $d = 10\sqrt{6}$ jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem $\alpha = 30°$. Oblicz objętość i pole powierzchni całkowitej tego graniastosłupa.

10.1.22. Przekątna BD_1 prostopadłościanu $ABCDA_1B_1C_1D_1$ tworzy ze ścianami o wspólnym wierzchołku D kąty α, β i φ.
Wykaż, że $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\varphi = 2$.

10.1.23. Miara kąta nachylenia przekątnej sześcianu do jego podstawy jest równa α. Wtedy:

A. $\alpha > 60°$; B. $45° < \alpha < 60°$; C. $30° < \alpha < 45°$; D. $\alpha < 30°$.

10.1.24. Kąt nachylenia przekątnej sześcianu do jego krawędzi bocznej ma miarę α. Prawdą jest, że:

A. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; B. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$; C. $\cos\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$; D. $\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

10.1.25. Długości krawędzi pewnego prostopadłościanu są równe: $a = 10$, $b = 12$, $c = 16$. Pole przekroju płaszczyzną wyznaczoną przez równoległe przekątne największych ścian bocznych ma wartość:

A. 200; B. $120\sqrt{5}$; C. 52; D. $24 + 20\sqrt{5}$.

10.1.26. Powierzchnia boczna graniastosłupa prawidłowego czworokątnego po rozwinięciu jest kwadratem o boku 8.
Pole podstawy graniastosłupa jest równe:

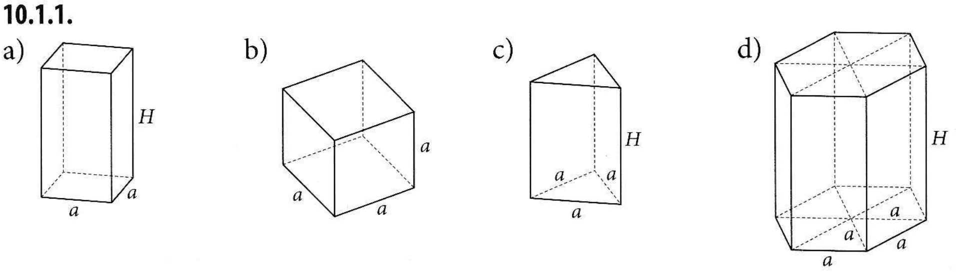
A. 4; B. 8; C. 16; D. 64.

10.1.27. W graniastosłupie prawidłowym sześciokątnym wszystkie krawędzie mają długość 12. Oblicz tangens kąta, który tworzy najdłuższa przekątna tego graniastosłupa z płaszczyzną podstawy.

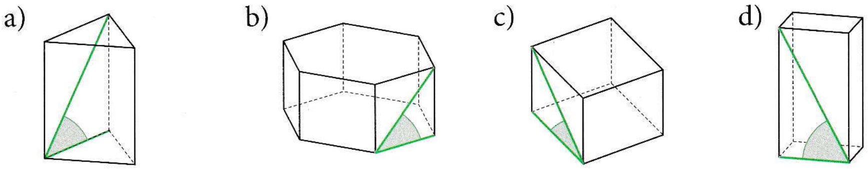
10.1.28. Podstawą graniastosłupa jest romb o boku $a = 4$ i kącie rozwartym $\alpha = 120°$. Krótsza przekątna tego graniastosłupa tworzy z podstawą kąt $\beta = 45°$. Oblicz objętość tego graniastosłupa.

Wskazówki. Rozwiązania. Odpowiedzi

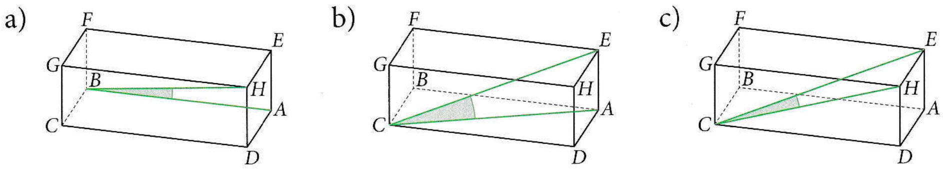
10.1.1.



10.1.2.



10.1.3.



10.1.4. Podstawą jest trójkąt równoboczny o boku $a = 2{,}5$ i polu $P_p = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

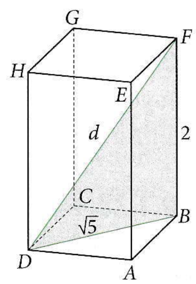
$P_p = \dfrac{25\sqrt{3}}{16}$. Powierzchnię boczną stanowią trzy prostokąty o wymiarach $2{,}5 \times 10$.

$P_b = 75$. Pole powierzchni całkowitej $P_c = 2\,P_p + P_b$.

Odpowiedź: $P_c = \dfrac{25\sqrt{3}}{8} + 75$.

10.1.5. Pamiętaj, aby wszystkie wymiary prostopadłościanu podane były w tych samych jednostkach. Możesz np. wyrazić je w decymetrach. Wtedy objętość $V = 8 \cdot 24 \cdot 1{,}5\ \text{dm}^3$.
Odpowiedź: $V = 288\ \text{dm}^3$.

10.1.6. Trójkąt BDF jest prostokątny i długość przekątnej prostopadłościanu możesz obliczyć, korzystając z twierdzenia Pitagorasa: $d^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + 2^2 \Rightarrow d^2 = 9$, więc $d = 3$.



Odpowiedź: Przekątna prostopadłościanu ma długość 3.

10.1.7. Sześcian ma 12 krawędzi. Jeżeli suma długości 12 krawędzi jest równa 156 cm, to jedna krawędź ma długość 13 cm. Zapisz więc $a = 13$ cm. Pole powierzchni sześcianu to pole sześciu kwadratów o boku a.

$P = 6a^2$ $\qquad\qquad$ $P = 6 \cdot 169 = 1014$

Odpowiedź: Pole powierzchni sześcianu to 1014 cm^2.

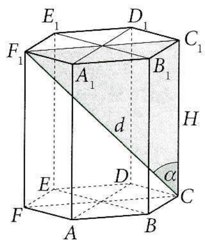
10.1.8. Wymiary akwarium trzeba wyrazić w decymetrach, zatem wyniosą one 6 dm, 3 dm i 4 dm. Akwarium trzeba napełnić do wysokości 3 dm. Do napełnienia akwarium do tej wysokości potrzebne będą 54 litry wody.

Odpowiedź: 54 l.

10.1.9. Szyna o podanych wymiarach ma objętość $V = 400 \cdot 10 \cdot 6$ cm^3. $V = 24\,000$ cm^3. Jej masa to 187 200 g, czyli 187,2 kg.

Odpowiedź: 187,2 kg.

10.1.10. Oznacz H – długość krawędzi bocznej, a – długość krawędzi podstawy.

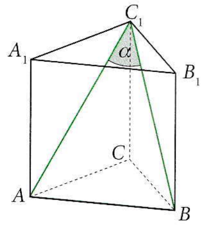


$H = \sqrt{21}a$ $\qquad$ oraz $\qquad$ $\cos\alpha = \dfrac{H}{d}$

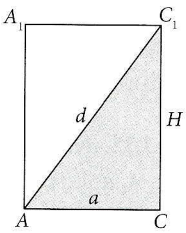
Zależność między a i d otrzymasz, stosując twierdzenie Pitagorasa do trójkąta C_1F_1C: $(2a)^2 + \left(\sqrt{21}a\right)^2 = d^2 \Rightarrow d = 5a$

Odpowiedź: $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{21}}{5}$.

10.1.11. Wykonaj rysunek i zaznacz na nim przekątne ścian. Dla ułatwienia wprowadź oznaczenia, np.: a – długość krawędzi podstawy, H – wysokość bryły, d – długość przekątnej ściany bocznej, h – wysokość trójkąta ABC_1. Zauważ, że szukany kąt jest kątem przy wierzchołku trójkąta równoramiennego ABC_1. Wiadomo, że $a = 0{,}75\,H$, czyli $H = \dfrac{4}{3}a$

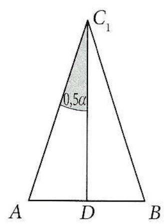


Z twierdzenia Pitagorasa zastosowanego do trójkąta ACC_1 oblicz $|AC_1| = d$.



$d^2 = H^2 + a^2$ $\qquad\qquad$ $d = \dfrac{5}{3}a.$

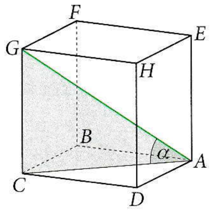
Trójkąt ABC_1 jest trójkątem równoramiennym, więc jego wysokość jest dwusieczną kąta przy wierzchołku i kąt DC_1A ma miarę równą $0{,}5\alpha$.



$\sin(0{,}5\alpha) = \dfrac{0{,}5a}{d} \Rightarrow \sin(0{,}5\alpha) = 0{,}3$. Zatem $0{,}5\alpha \approx 18°$.

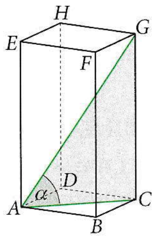
Odpowiedź: Kąt między przekątnymi graniastosłupa ma miarę około 36°.

10.1.12. Szukany kąt jest kątem między przekątną sześcianu a przekątną jego podstawy. Oznacz długość krawędzi podstawy przez a. Wtedy $|AC| = a\sqrt{2}$. $|AG| = a\sqrt{3}$, więc $\cos\alpha = \dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}}$.



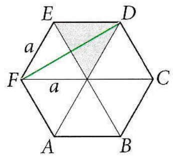
Odpowiedź: $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

10.1.13. Podstawą graniastosłupa czworokątnego prawidłowego jest kwadrat.
Oznacz: $|CG| = |AE| = |BC| = |DH| = H$ oraz
$|AB| = |BC| = |CD| = |AD| = a$.
Z definicji funkcji trygonometrycznych zastosowanych do trójkąta ACG otrzymasz: $\sin\alpha = \dfrac{|CG|}{|AG|}$ i $\cos\alpha = \dfrac{|AC|}{|AG|}$.



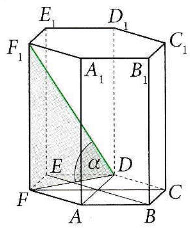
$\sin 60° = \dfrac{H}{48}$ i $\cos 60° = \dfrac{a\sqrt{2}}{48}$. Podstaw wartości funkcji trygonometrycznych kąta 60° i wylicz z otrzymanych zależności H i a.
Odpowiedź: $a = 12\sqrt{2}$, $H = 24\sqrt{3}$.

10.1.14. Kąt nachylenia krótszej przekątnej, np. DF_1, do podstawy to kąt między tą przekątną a jej rzutem na podstawę DF. Zauważ, że $|DF|$ jest równa podwojonej wysokości trójkąta równobocznego o boku a. Zatem $|DF| = a\sqrt{3}$.



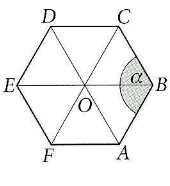
Rozważ trójkąt DFF_1. W tym trójkącie $\dfrac{|FF_1|}{|DF|} = \operatorname{tg} 30°$,

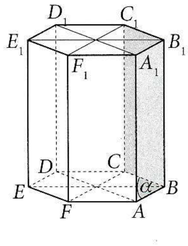
czyli $\dfrac{H}{9\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.



Łatwo obliczysz stąd $H = 9$ i pole boczne graniastosłupa.
Odpowiedź: $P_b = 486$.

10.1.15. Miara kąta między sąsiednimi ścianami w każdym graniastosłupie prostym jest równa mierze kąta między sąsiednimi krawędziami podstawy. Zauważ, że sześciokąt foremny można podzielić na 6 przystających trójkątów równobocznych.
Kąt wewnętrzny sześciokąta ma miarę dwa razy większą od miary kąta wewnętrznego trójkąta równobocznego.
Odpowiedź: C.



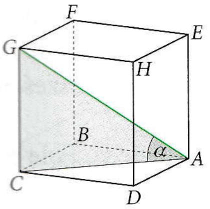


10.1.16. Niech a to k
sunku obok. Długoś
z twierdzenia Pitagor
go równoramienneg
$|GH|^2 = \dfrac{1}{2}a^2 \Rightarrow |GH$
Bok GF przekroju ma
pola prostokąta FEH
$\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^2 = 18\sqrt{2}$
Odpowiedź: $a = 6$.

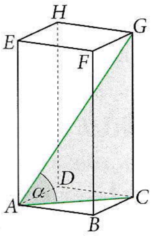
10.1.17. Otrzymany pr
o podstawie równej B
Długość podstawy r
Pitagorasa do trójkąt
ona przekątną kwadr
ramienia trójkąta uzy
do trójkąta ABC.
$|AC|^2 = 40$. Teraz moż
$h^2 = 40 - 2^2$
Odpowiedź: $P = 12$.

10.1.18. Największą p
10 × 24. Przekrój CD
ma długość $|CD| = 8$.
Długość drugiego bok
kąta AA_1D.
Odpowiedź: $P = 208$.

10.1.19. Sporządź rysu
twierdzenie Pitagorasa
$|PD_1| = 2\sqrt{10}$. Analogi
stosując twierdzenie P
$|PB| = 2\sqrt{13}$. Podobnie
jest równy $L = 4\,(\sqrt{13}$ +
cinki PB i RD_1. Czwor
sprawdzić, czy jest to
twierdzenia Pitagorasa



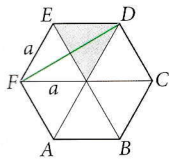
jest

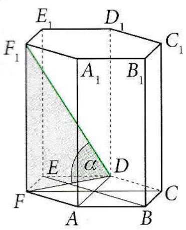


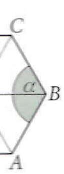
kąta

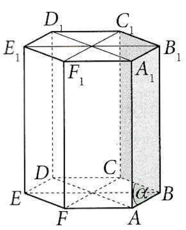
ometrycznych kąta 60°

awy
waż,
ne-

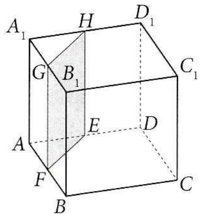








o.



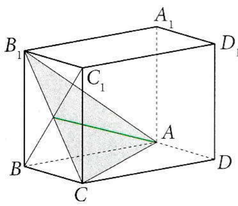
10.1.16. Niech a to krawędź sześcianu przedstawionego na rysunku obok. Długość odcinka GH możesz obliczyć, korzystając z twierdzenia Pitagorasa zastosowanego do trójkąta prostokątnego równoramiennego A_1GH.

$|GH|^2 = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow |GH| = \frac{\sqrt{2}}{2}a.$

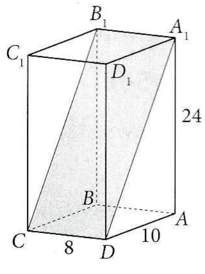
Bok GF przekroju ma długość a. Ułóż odpowiednią równość, korzystając ze znanego pola prostokąta $FEHG$.

$\frac{\sqrt{2}}{2}a^2 = 18\sqrt{2}$

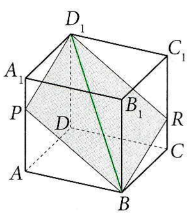
Odpowiedź: $a = 6$.



10.1.17. Otrzymany przekrój jest trójkątem równoramiennym o podstawie równej B_1C.
Długość podstawy możesz obliczyć, stosując twierdzenie Pitagorasa do trójkąta CBB_1 albo wykorzystując fakt, że jest ona przekątną kwadratu o boku $2\sqrt{2}$. $|B_1C| = 4$. Długość ramienia trójkąta uzyskasz, stosując twierdzenie Pitagorasa do trójkąta ABC.
$|AC|^2 = 40$. Teraz możesz obliczyć długość wysokości trójkąta ACB_1.
$h^2 = 40 - 2^2$ $\qquad h = 6$
Odpowiedź: $P = 12$.



10.1.18. Największą powierzchnię mają ściany o wymiarach 10×24. Przekrój CDA_1B_1 jest prostokątem, którego krótszy bok ma długość $|CD| = 8$.
Długość drugiego boku uzyskasz, stosując tw. Pitagorasa do trójkąta AA_1D.
Odpowiedź: $P = 208$.

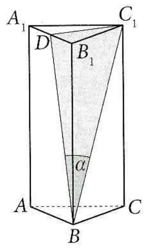


10.1.19. Sporządź rysunek. $|A_1P| = \frac{1}{3}a = 2$ oraz $|AP| = 4$. Zastosuj twierdzenie Pitagorasa do trójkąta A_1PD_1 i oblicz $|PD_1|$.

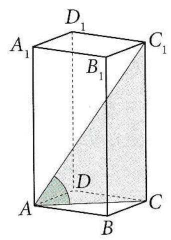
$|PD_1| = 2\sqrt{10}$. Analogicznie $|BR| = 2\sqrt{10}$. Długość $|PB|$ otrzymasz, stosując twierdzenie Pitagorasa do trójkąta ABP.

$|PB| = 2\sqrt{13}$. Podobnie $|RD_1| = 2\sqrt{13}$. Obwód L czworokąta $PBRD_1$ jest równy $L = 4\left(\sqrt{13} + \sqrt{10}\right)$. Odcinki BR i PD_1 są równoległe i równe. Podobnie odcinki PB i RD_1. Czworokąt $PBRD_1$ jest równoległobokiem. Jest kilka sposobów, aby sprawdzić, czy jest to prostokąt. Możesz np. zastosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa do trójkąta PBD_1. Najdłuższy bok tego trójkąta BD_1 jest prze-

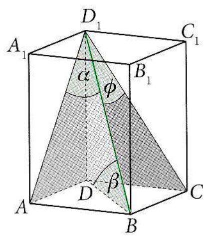
kątną sześcianu i ma długość $6\sqrt{3}$. Suma kwadratów długości pozostałych boków tego trójkąta jest równa 92. $(6\sqrt{3})^2 = 108$. Zatem trójkąt PBD_1 nie jest prostokątny.
Odpowiedź. Nie jest prostokątem. $L = 4\left(\sqrt{13} + \sqrt{10}\right)$.



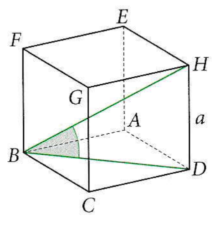
10.1.20. Pole powierzchni bocznej $P_b = 3aH$ jest 12 razy większe od pola podstawy $P_p = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.
Ułóż odpowiednie równanie i wylicz z niego H w zależności od a.
Z trójkąta prostokątnego BB_1C_1 wylicz długość przekątnej $|C_1B| = d$, stosując twierdzenie Pitagorasa.
$d = 2a$. Odcinek C_1D jest wysokością trójkąta równobocznego o boku a, więc $|C_1D| = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. $\sin\alpha = \frac{|C_1D|}{|C_1B|}$.
Odpowiedź: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$.



10.1.21. Oznacz a – długość krawędzi podstawy, H – wysokość bryły.
$\frac{H}{d} = \sin 30°$ oraz $\frac{a\sqrt{2}}{d} = \cos 30°$.
Oblicz a i H, następnie oblicz objętość z wzoru $V = a^2 \cdot H$ i pole całkowitej powierzchni ze wzoru $P_c = 2a^2 + 4aH$.
$H = 5\sqrt{6}$, $a = 15$,
Odpowiedź: $V = 1125\sqrt{6}$, $P_c = 450 + 300\sqrt{6}$.



10.1.22. Wprowadź oznaczenia: $a = |AB| = |CD|$, $b = |BC| = |AD|$, $H = |AA_1| = |BB_1| = |CC_1| = |DD_1|$, $d = |BD_1|$.
$\cos\alpha = \frac{\sqrt{b^2 + H^2}}{d}$, $\cos\beta = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{d}$, $\cos\varphi = \frac{\sqrt{a^2 + H^2}}{d}$
Stąd: $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\varphi = \frac{2a^2 + 2H^2 + 2b^2}{d^2} = \frac{2d^2}{d^2} = 2$.

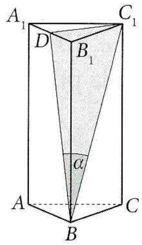


10.1.23. Możesz obliczyć np. tangens danego kąta.
$\text{tg}\ \alpha = \frac{a}{a\sqrt{2}} \approx 0{,}7071$. Sprawdź w tablicach, tam zobaczysz, że miara kąta α zawiera się między 35° a 36°.
Odpowiedź: C.

ci pozostałych boków

D_1 nie jest prostokątny.

sze od

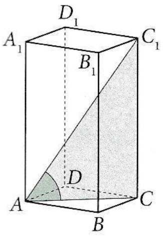


d a.

$B| = d$,

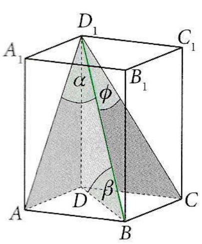
boku a,

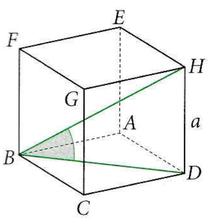
ryły.



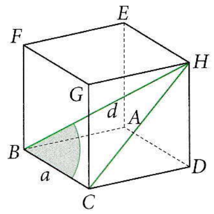
pole

|,





10.1.24. Sporządź rysunek sześcianu i zaznacz na nim kąt. Obok masz przykład. Zauważ, że trójkąt CBH jest trójkątem prostokątnym o przeciwprostokątnej BH, której długość jest równa długości przekątnej sześcianu $d = a\sqrt{3}$ i przyprostokątnych o długościach a i $a\sqrt{2}$.



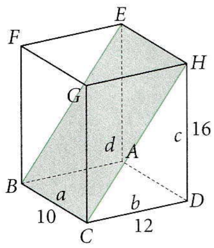
Zatem $\cos\alpha = \dfrac{a}{d}$, więc $\cos\alpha = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ oraz

$\sin\alpha = \dfrac{a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

Odpowiedź: D.

10.1.25. Największą powierzchnię mają ściany o wymiarach 12×16. Długość przekątnej takiej ściany możesz obliczyć, korzystając z twierdzenia Pitagorasa: $d = \sqrt{12^2 + 16^2} \Rightarrow d = 20$. Pole przekroju jest więc równe $P = a \cdot d$. $P = 200$.

Odpowiedź: A.

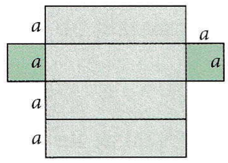


10.1.26. Sporządź rysunek siatki graniastosłupa.

Jak widzisz, kwadrat, który stanowi powierzchnię boczną, ma bok o długości $4a$, gdzie a to długość krawędzi podstawy graniastosłupa. Masz więc $4a = 8$, zatem $a = 2$.

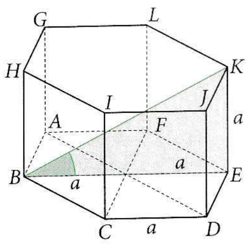
$P_p = a^2$ $\quad$ $P_p = 4$

Odpowiedź: A.



10.1.27. Wszystkie krawędzie, a więc i ta, która stanowi wysokość graniastosłupa, mają długość $a = 12$. Najdłuższa przekątna to np. BK, (CL, DG, EH, FI, AJ itd.). Jej rzut na podstawę BE ma długość $2a = 24$. Zatem tangens szukanego kąta α jest równy

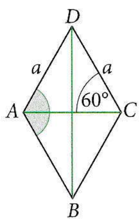
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{|KE|}{|BE|} = \frac{1}{2}.$$



Odpowiedź: Tangens szukanego kąta jest równy $\dfrac{1}{2}$.

10.1.28. Sporządź rysunek rombu, który jest podstawą tego graniastosłupa.

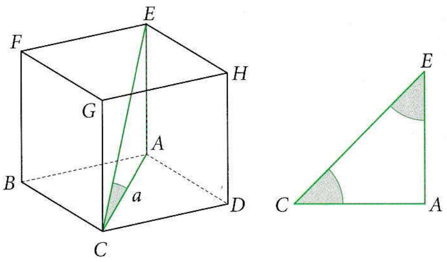
Jeżeli rozwarty kąt rombu ma miarę 120°, to kąt ostry ma miarę 60° i romb ten złożony jest z dwóch trójkątów równobocznych. Jego pole, które jest polem podstawy graniastosłupa, możesz obliczyć np. tak:



$P_p = 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

$P_p = 8\sqrt{3}$

Zauważ też, że odcinek AC też ma długość $a = 4$.
Teraz sporządź szkic graniastosłupa.



Kąt między krótszą przekątną graniastosłupa a płaszczyzną podstawy to kąt, jaki tworzy ona z krótszą przekątną rombu o długości a. Trójkąt ACE jest trójkątem prostokątnym równoramiennym, więc odcinek AE, który jest wysokością graniastosłupa też ma długość a. Zatem objętość tego graniastosłupa możesz obliczyć tak:

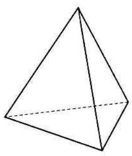
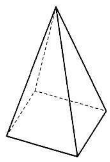
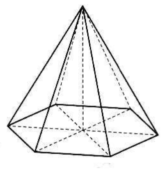
$V = P_p \cdot a$

$V = 8\sqrt{3} \cdot 4$

Odpowiedź: $32\sqrt{3}$.

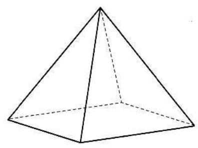
10.2. Ostrosłupy

10.2.1. Na rysunkach poniżej zaznacz wysokość ściany bocznej i kąt, który tworzy z wysokością ostrosłupa.

a)  b)  c) 

10.2.2. Zaznacz na rysunku ostrosłupa kąt między wysokościami sąsiednich ścian opuszczonymi na:

a) krawędzie podstawy;
b) wspólną krawędź boczną;
c) na przeciwległe krawędzie boczne.



10.2.3. Długość krawędzi bocznej ostrosłupa prawidłowego czworokątnego równa jest 10, a długość przekątnej podstawy 12. Oblicz wysokość ostrosłupa.

10.2.4. Oblicz objęto
o przekątnych 5 i 6.

10.2.5. Oblicz pole p
kość 0,5.

10.2.6. Piramida koł
o krawędzi podstawy
Oblicz wysokość ścian

10.2.7. W prawidłow
$a = 8$, a jego wysokoś
dziami bocznymi?

10.2.8. Pole powierz
równe $P_b = 18$. Miara
$\alpha = 90°$. Oblicz objęto

10.2.9. Podstawą ost
Krawędzie boczne teg
podstawy pod kątem

10.2.10. Krawędź b
dłuższa od wysokości
do płaszczyzny podst

10.2.11. Podstawą o
do podstawy, a najdł
tem 45°. Oblicz objęt

10.2.12. W czworok
gość 18. Oblicz sinus

10.2.13. Promień o
kątnego to $R = 10$ cm
ostrosłupa, jeśli jego

10.2.14. Krawędź p
$4\sqrt{3}$. Oblicz pole pow
nachylona do płaszcz